

Les idees en didàctica de la matemàtica de Lluís A. Santaló

Cristina Dalfó Simó

Departament de Didàctica de les
Ciències Experimentals i la Matemàtica
Universitat de Barcelona, Catalunya
cdalfo@sumi.es

Resum

L'objectiu d'aquest treball consisteix a mostrar les idees de Lluís A. Santaló en didàctica de la matemàtica. Actualment, algunes d'aquestes idees són ja habituals en la recerca en didàctica matemàtica i, fins i tot, en els centres educatius. Altres segueixen sense implantar-se, però el conjunt de totes aquestes idees forma el pensament intel·lectual sobre la didàctica de la matemàtica de Lluís A. Santaló.

1. La didàctica de la matemàtica segons Lluís A. Santaló

1.1. Idees generals sobre la didàctica de la matemàtica

Pocs matemàtics de primera línia s'han preocupat, com Santaló, de la didàctica de la matemàtica i, encara menys, de la didàctica a l'ensenyament primari i secundari. Santaló es va interessar per la didàctica de la matemàtica de tots els nivells educatius. Va seguir els moviments internacionals sobre didàctica de la matemàtica, va llegir els principals autors, va anar a parlar amb professors de tots els cursos educatius i va escriure sobre la didàctica de la matemàtica.

Pel que fa a l'epistemologia de la matemàtica, Santaló considerava que la matemàtica és a mig camí entre la ciència i l'art, és a dir, a mig camí entre el descobriment i la creació.

Santaló opinava que el procés educatiu és una interacció entre l'escola i el món extraescolar. L'escola ha d'evolucionar amb rapidesa per seguir l'evolució de la societat, però sense deixar-se imposar continguts o metodologies importades d'altres països. "L'acord entre escola i medi ambient és imprescindible si no es vol caure en una educació distorsionada" (Santaló, 1994). Aquest acord, però, no ha de significar que uns alumnes rebin menor contingut que d'altres pel fet de tenir entorns diferents, ja que això no implicaria una adaptació a l'entorn per part de l'escola sinó una discriminació pel fet de tenir una menor preparació.

Per Santaló, l'ensenyament de la matemàtica ha de tenir en compte l'aspecte informatiu, que consisteix a donar les eines matemàtiques necessàries per espavilar-se en la vida diària o per comprendre altres ciències, i l'aspecte formatiu, que ensenya a pensar, fomenta l'esperit crític i el raonament lògic. La matemàtica informativa (anomenada també pràctica o aplicada) ha de contenir informació realment útil i no basar-se en una operatòria excessiva que està molt allunyada dels problemes de la vida real. La matemàtica formativa o pura no ha de caure en una faramalla de definicions i teoremes d'enunciat complicat i de contingut buit o trivial que

anul·lin qualsevol iniciativa original dels alumnes. Com a exemple, Santaló deia que, a l'escola obligatòria, aprendre de memòria la divisió de nombres decimals no és formatiu, però és útil; en canvi, aprendre la definició de nombre enter com un parell de nombres naturals i una relació d'equivalència no és ni útil ni formatiu.

Santaló era un gran defensor de la intuïció en l'aprenentatge. Considerava que la intuïció és fonamental per adquirir coneixements. Tanmateix, avisava de les limitacions de la intuïció. Pensava que a les escales atòmica i galàctica, tan allunyades de l'escala humana, la nostra intuïció pot fallar completament. Per exemple, en parlar de la relativitat, afirmava: “Malgrat que el mateix Einstein i una innumerable quantitat de físics i filòsofs es van dedicar a explicar intuïtivament els principis de la relativitat [...], no es va aconseguir amb això res més que confondre el profà i avorrir l'entès. La relativitat és una teoria matemàtica basada en postulats que es poden admetre o refusar, però no explicar amb teories elementals”. També, referint-se a la matemàtica infinitesimal, afirmava que per comprendre-la cal deixar de banda la intuïció i confiar exclusivament en la raó. Pel que fa a la física moderna, afirmava que hem d'acceptar qualsevol model físic, encara que no sigui gens intuïtiu, si porta a bons resultats experimentals (<http://www.ubik.to/303/geoff.htm>).

Santaló era un ferm partidari de la resolució de problemes en l'aprenentatge de la matemàtica. Fins i tot, afirmava que la solució de problemes és el fi principal de la matemàtica: “El fi de la ciència, especialment de la matemàtica, no és pas tant el de descriure fenòmens, com el de predir-ne l'evolució. Això equival a contestar preguntes, és a dir, a resoldre problemes” (Santaló, 1975). Els problemes, segons Santaló, desenvolupen: l'ordenació de dades, el mètode deductiu, el raonament, la creació de models, la utilitat de les eines matemàtiques i, a més, interessen els alumnes. Però Santaló alerta que resoldre problemes no és el mateix que fer exercicis, ja que els problemes suposen raonament i els exercicis poden ser purament mecànics: “Els problemes suposen una incògnita que l'alumne ha de trobar, cosa que segurament li proporcionarà el plaer del descobriment” (Santaló, 1985). Els problemes han de ser “caòtics”, en el sentit que han de ser reals. Cal, però, acostumar els alumnes a les solucions aproximades dels problemes, perquè solen ser les més reals. La metodologia de resoldre problemes consisteix, segons Santaló, a plantejar problemes comprensibles amb els coneixements adquirits i que, a la vegada, necessitin nous coneixements per arribar a la solució. Un mateix problema pot ser feina de diversos dies. Santaló afirmava que aquesta metodologia és més eficaç que la de donar la teoria sense saber on porta per després mostrar-ne les aplicacions. Amb aquesta metodologia es poden donar problemes diferents segons els diversos alumnes o grups, amb el que ara en diríem atenció a la diversitat. Aquesta metodologia implica algunes particularitats: exigeix més temps que la metodologia tradicional, exigeix del professor més dedicació, implica publicar col·leccions de problemes per ajudar el professorat, dóna tanta importància a la resolució de problemes com al seu plantejament i ha de permetre ampliar els problemes a altres problemes més generals. L'important, per Santaló, era més la matemàtica que s'aprèn resolent problemes que no pas el problema en si.

Santaló afirmava que el treball en equip pot ser molt productiu, però que no s'ha d'exagerar i voler aplicar el treball en grup a totes les etapes de l'educació i la professió. Segons Santaló, en les ciències experimentals, amb predomini del descobriment, pot ser molt útil. La matemàtica pot ser treballada en equip, especialment si són equips petits (de dues, tres o màxim quatre persones), malgrat que —segons Santaló— no és gaire freqüent. En l'art, no trobem obres col·lectives, llevat de poquíssimes excepcions.

Malgrat tot l'interès de Santaló en la pedagogia, avisava que s'ha educar en el treball i en l'esforç i que una tendència cap al “facilisme” endarrereix el rendiment i l'aprenentatge dels alumnes. També cal educar en l'observació, per veure les possibles solucions no trivials als problemes, en la reflexivitat i en el captament envers la societat i la natura.

Coneixedor del tema, Santaló advertia de la dificultat en l'aprenentatge si a l'escola es parla una llengua oficial diferent de la llengua familiar. I més en l'aprenentatge de la matemàtica, que té el seu llenguatge propi. Moltes dificultats dels alumnes en les matemàtiques poden tenir l'arrel en problemes lingüístics.

Ara que es parla tant d'ensenyar els alumnes a aprendre a aprendre, Santaló ja advertia que si aquest ensenyament d'aprendre a aprendre esdevé massa abstracte no dona els resultats esperats perquè és molt difícil passar de resultats abstractes a resultats concrets.

1.2. La tecnologia en l'ensenyament

Santaló tenia un visió progressista del món actual. Entenia el progrés com el fet d'aconseguir informació a més velocitat, tenir menys “soroll” en la informació, tenir una vida més llarga i més còmoda i augmentar el nombre de persones que poden aprofitar-se de la tecnologia. I avisava que per a tot això cal més matemàtica. Alertava de la incoherència de voler més tecnologia i no voler més matemàtica, que és la que sosté la tecnologia. Santaló explicava que “necessitem més matemàtica per a un avió que per a un automòbil, i més per a un vehicle interplanetari que per a un avió” (Santaló, 1975). I afegia: “Sense matemàtica no es calculen els generadors d'electricitat, ni els mitjans de comunicació, ni la química dels antibiòtics. Si renunciem a la matemàtica [...] renunciem al progrés tecnològic” (Santaló, 1975). Sobre les lamentacions de la vida moderna (la pol·lució, l'estrès, els sorolls de les ciutats) i la nostàlgia del passat, advertia que en el passat també hi havia “els dolors sense calmants, les infeccions incontrolables, el poc confort de les llars i la rudesia dels mètodes de treball al camp i a les fàbriques” (Santaló, 1975). Santaló afegia que l'educació matemàtica és imprescindible per trobar solucions no trivials als problemes de la societat: “Molts, en canvi, viuen gràcies als antibiòtics i als marcapassos, que han estat les solucions no trivials a grans problemes” (Santaló, 1975).

L'escola no pot ignorar la tecnologia actual. Ha de tenir en compte que existeixen televisors, davant dels quals els alumnes passen moltes hores, calculadores i satèl·lits artificials: “Els progressos tècnics van a major velocitat que la possibilitat de la seva inclusió en els programes escolars, de manera que moltes coses són conegudes pels alumnes abans que

se'n parli a l'escola" (Santaló, 1994). Santaló considerava que en una societat tecnològica l'educació ha de tenir un alt percentatge de ciència i tecnologia, tant en coneixement com en mètode. La tecnologia comporta que l'ensenyament no ha de ser memorístic sinó raonat, perquè la memòria pot substituir-se per papers o disquets d'ordinador. En canvi, el raonament no pot provenir de cap element extern, ja que és propi de cada individu. Això no vol dir que la memòria no s'hagi de cultivar, però en l'ensenyament ha d'estar en un segon pla.

Santaló no creia que l'ús de la tecnologia mecanitzés les persones. Tot al contrari, pensava que la tecnologia fomentava l'espiritualitat: "La tècnica no matarà mai l'esperit, més aviat l'eleva a nivells superiors, sostinguts per la mateixa tecnologia que li dona comoditats i li permet col·locar-se en punts de vista superiors" (Santaló, 1994).

1.3. L'ensenyament primari

Santaló afirmava que l'objectiu de la didàctica és despertar l'interès dels alumnes, de manera que l'esforç necessari per a l'aprenentatge no es consideri una càrrega. Pensava que una manera de despertar l'interès de l'alumnat és mostrar les aplicacions de la matemàtica al món més proper a l'alumne i mostrar-les com un joc: "Cal buscar que els alumnes no sols operin, sinó que pensin i comencin a raonar. No hi ha dubte que això és possible: a l'edat de l'escola primària els alumnes coneixen jocs que comporten raonament i sols es tracta de reformar aquests raonaments donant-los forma matemàtica" (Santaló, 1975). Per Santaló, l'ensenyament va dirigit a nens o adults intel·ligents, cosa que fa que no calgui insistir sobre qüestions trivials que els alumnes ja coneixen perfectament (per exemple, que tres és més gran que dos), per estalviar temps, però sobretot per no donar la idea que les coses són més difícils del que realment són.

Segons Santaló, l'objectiu de l'educació és donar a l'alumnat els coneixements necessaris per integrar-se en la societat en la qual viu, de manera que aquest procés sigui beneficiós per a ell i per a la mateixa societat. Evidentment, és difícil establir quins continguts educatius permetran aconseguir aquest objectiu, però Santaló proposa el mètode de comprovar que en acabar els estudis obligatoris (que en alguns països es restringeixen a l'ensenyament primari) els alumnes siguin capaços d'entendre els diaris d'ús corrent i de realitzar les operacions de regla de tres, percentatges i alguns càlculs d'àrees i volums.

Com que Santaló afirmava que els alumnes d'ara necessiten més matemàtica que els alumnes del passat, era partidari de la inclusió en l'ensenyament primari de la probabilitat i l'estadística i dels mètodes gràfics.

Santaló va proposar alguns problemes perquè fossin resolts primer de manera aproximada, per acostumar els alumnes a fer estimacions, i després resolts de manera exacta. Els problemes de longitud que proposava, són: calcular la longitud de la mida del llapis, les dimensions de la cadira, l'alçada de l'alumne, les dimensions del pati de l'escola, les longituds d'objectes irregulars que es poden amidar amb un fil. Els problemes d'àrees són: calcular el paper necessari per folrar els llibres, l'àrea del pati de l'escola, l'àrea de cossos irregulars que

es poden calcular amb paper quadriculat, com l'àrea de la mà o el peu de l'alumne. Els problemes de volums consisteixen a calcular: volums de cossos irregulars veient l'aigua que desallotgen en una proveta graduada, el volum d'un got, el volum d'aigua o llet que pren l'alumne cada dia, la quantitat de llet que necessita una població.

Santaló també va proposar problemes de probabilitat i estadística. De probabilitat, proposava problemes de boles blanques i negres, i problemes amb daus. D'estadística, proposava fer l'estadística, amb tots els alumnes de la classe, de la temperatura de cada dia, si plou o no, el nombre d'alumnes que falten, les distàncies de l'escola a casa de cada alumne, el nombre de germans, etc.

Aquesta matemàtica propera al món de l'alumne fa que Santaló donés molta importància als materials didàctics. Considerava que "en qualsevol aula de matemàtica d'escola primària ha d'haver-hi unes balances, una proveta graduada i una cinta mètrica, a més de paper quadriculat per a mesurar àrees comptant quadrets, i d'estisores i pega per a construir models i raonar sobre construccions tridimensionals" (Santaló, 1975). També considerava importants altres materials, com les regletes, els blocs multibase, i fins i tot, pel·lícules, diapositives i ordinadors.

1.4. L'ensenyament secundari

Segons Santaló, també l'ensenyament secundari ha de contenir aplicacions per motivar els alumnes i perquè les necessitaran en les activitats futures. I aquestes aplicacions han de ser de la vida real. Posava com a exemple els problemes vinculats amb els esports i campionats, enquestes polítiques i propagandes comercials. Més endavant, es poden resoldre problemes de dieta òptima, camí crític i teoria de jocs, que es presten a treballar la geometria en coordenades, l'àlgebra lineal i el càlcul de matrius.

Per Santaló, és en l'ensenyament secundari que s'ha d'aprofitar la matemàtica per conèixer millor l'entorn de l'alumne, és a dir, conèixer la ciutat, la regió i el país. Per això, considerava molt important que tota aula disposés dels mapes necessaris, que, a més, condueixen a la idea de proporcionalitat, tan important en matemàtica.

Per exemple, Santaló desaconsellava ensenyar l'axiomàtica dels nombres naturals a la manera de Peano, perquè "els nombres naturals són massa intuïtius i coneguts per l'alumne, perquè compregui la necessitat d'una definició axiomàtica. [...] És l'exemple típic d'exposició elegant, però artificial, que no té ús posterior" (Santaló, 1975). També desaconsellava els càlculs amb nombres de base diferent de 10, ja que considerava que aquests nombres són conceptualment interessants, però la seva calculatòria no té cap utilitat real.

Pel que fa a l'axiomàtica en general, Santaló considerava que és educativa tant per treballar el mètode deductiu (a partir dels axiomes arribar a deduir-ne les propietats i els teoremes) com l'inductiu (a partir d'una teoria o un conjunt de coneixements proposar als

alumnes la seva axiomatització). Santaló pensava que cal entrenar els alumnes en els diferents tipus de demostracions matemàtiques, que cal acostumar-los a analitzar si les condicions dels teoremes són necessàries, suficients, o necessàries i suficients, i a distingir entre els condicionals “si” i “si i només si”.

Pel que fa a la probabilitat i l'estadística, Santaló aconsellava l'ensenyament en espiral (en realitat, útil per a tota la matemàtica). En la secundària, segons Santaló, cal introduir els concepte de dependència i independència, probabilitats compostes, esperança matemàtica, variància, etc.

En geometria analítica, Santaló pensava que a secundària se'n poden donar les idees fonamentals, com ara la part lineal del pla i de l'espai i la representació gràfica de corbes donades per equacions. L'expressió en coordenades de les transformacions geomètriques posa en joc conceptes com el de transformació inversa, producte de transformacions, matrius, càlcul amb expressions algebraïques i resolució de sistemes d'equacions. A més, les transformacions geomètriques permeten arribar a la idea de grup.

Segons Santaló, és en l'ensenyament secundari que cal instruir els alumnes en informàtica, si és possible, de manera integrada en l'ensenyament de la matemàtica.

Respecte als alumnes brillants, Santaló considerava que un ensenyament pensat per ajudar l'alumne mitjà pot perjudicar-los. Segons Santaló, aquests alumnes no s'han de separar de la resta, però cal que aprofitin les tasques extraescolars, que es presten molt a la diferenciació entre alumnes: “El que mai no s'ha de perdre de vista és el desenvolupament de la capacitat de convivència i la conservació de la comunicació entre els alumnes” (Santaló, 1994).

Pel que fa a la història de la matemàtica, segons assenyalava Santaló, a més de ser una possible motivació per a l'aprenentatge de les matemàtiques, cal que els alumnes en tinguin unes nocions mínimes. Santaló proposava explicar els temes següents: les piràmides d'Egipte i comparar-les amb les asteques; l'origen babilònic o egipci de la divisió del dia en 24 hores, les hores en 60 minuts i els minuts en 60 segons; la història del nombre π ; la raó àuria, mostrant exemples de l'arquitectura grega i de quadres famosos en els quals apareix aquest nombre; el triangle de Pascal, els components del qual són els coeficients del desenvolupament de les potències d'un binomi; la història de les geometries no euclidianes; el nombre d'Euler per a políedres, i la història de les còniques.

A l'ensenyament secundari és important mostrar la matemàtica com un tot, amb totes les seves parts integrades. Això es pot aconseguir, segons Santaló, presentant la matemàtica en forma de *mòduls*, que serien la unió de diferents capítols amb analogies que permeten un tractament unificat: “La divisió en geometria i aritmètica és massa ampla. Els mòduls són subdivisions més petites, però més uniformes conceptualment” (Santaló, 1994). Com a exemples, Santaló va proposar alguns mòduls: un mòdul que contingüés l'aritmètica de l'arrel quadrada, les aplicacions a la mesura de distàncies inaccessibles i el concepte de nombre irracional; un altre mòdul podria contenir les equacions lineals, la seva representació gràfica

(geometria), la solució de sistemes d'equacions (àlgebra), solucions enteres (aritmètica) i exemples de programació lineal (matemàtica aplicada). I un altre mòdul destinat a la proporcionalitat, amb escales, semblances (geometria), regla de tres i percentatges (aritmètica). En aquest mòdul caldria parlar del moviment uniforme per parlar de la proporcionalitat directa entre espai i temps i la proporcionalitat inversa entre velocitat i temps. També caldria conèixer algunes velocitats de la vida real com són: la tortuga (100 m/h), una persona caminant (4 o 5 km/h), el cavall (40 o 50 km/h), el cavall de cursa (60 km/h), el ferrocarril del segle XIX (60 o 70 km/h), els coloms missatgers (120 km/h), el cotxe (200 km/h), l'avió (1.000 km/h), el so (340 m/s) i la llum en el buit (300.000 km/s).

Les dificultats per implantar l'ensenyament integrat de les ciències a la secundària són, segons Santaló, la manca de tradició i la manca de professorat especialista en diverses ciències. Tanmateix, creia que hi ha factors a favor de l'ensenyament de manera integrada com són: factors filosòfics, ja que la ciència és un tot i també ho hauria de ser el seu ensenyament; factors econòmics, perquè podria evitar repeticions innecessàries i amb això estalviar temps, i factors com el de la creixent necessitat d'especialistes multidisciplinaris capaços de fer de pont entre les diferents disciplines.

A més de l'ensenyament en mòduls, Santaló també va proposar la realització d'un *projecte* per part dels estudiants. Un projecte és l'estudi d'un tema de la vida real que interessi els alumnes que l'han de fer. És una petita recerca feta pels alumnes, de manera semblant al treball de recerca que fan actualment els alumnes de batxillerat. El projecte, segons Santaló, és alguna cosa més que el típic exercici de classe, ja que amb el projecte es té la intenció de fer sortir els estudiants de l'aula per buscar dades, fer comparacions i discutir resultats. L'alumne ha de fer hipòtesis, que han d'anar comprovant o refusant. Els alumnes han de consultar llibres, però també revistes de divulgació i revistes especialitzades. Per Santaló, el projecte hauria de tenir les característiques següents: s'ha de basar sobre la vida real, els alumnes han de pensar on han de buscar la informació i les dades necessàries, s'ha de fer en grups reduïts que tinguin els mateixos interessos, ha de ser una tasca extraescolar, només s'ha de dedicar alguna hora a la setmana a discutir sobre la marxa dels projectes i a les classes ordinàries el professorat ha de fer referència als diferents projectes en marxa cada vegada que sigui oportú. Santaló va donar alguns exemples de projectes en matemàtiques: cossos i figures geomètriques, mosaics i tessellats, la geometria de l'escola, l'escola i la ciutat, quadrats llatins i geometries finites, problemes de simulació amb taules de nombres a l'atzar. Malgrat que era un defensor de la realització d'aquests projectes, Santaló no era gens partidari de fer tot l'ensenyament basat en projectes, sinó com una ampliació dels treballs fets a classe. En general, considerava que s'ha de seguir una metodologia mixta entre un ensenyament dividit per temes i un de totalment integrat.

Pel que fa a l'educació a distància, Santaló no n'era gaire partidari. Acceptava la utilitat de l'educació a distància en casos d'escolars residents en llocs allunyats dels centres educatius o per a adults amb ocupacions laborals que els impedeixen d'assistir a les classes. Però considerava que és un ensenyament que no es dona a la individualització. L'educació a distància "no és un ideal com a sistema educatiu, la missió del qual no és impartir

coneixements, sinó formar integralment la persona [...] en la convivència amb els seus companys i en el comportament dins la societat” (Santaló, 1994).

Les Olimpíades Matemàtiques sempre han tingut defensors i detractors. Santaló les considerava d'un gran valor educatiu, perquè consisteixen en la resolució de problemes i on només participen els alumnes que volen. A més, deia que els problemes de les olimpíades procuren estimular més l'enginy i l'habilitat que no la quantitat de coneixements. En referència a la competitivitat que es pot crear entre els alumnes, Santaló deia que cal educar en la competència si no es vol educar per a un món utòpic, allunyat del món real. Per Santaló, el professorat ha de vetllar perquè els vencedors no se sobrevalorin i els perdedors no es deprimeixin. “Cal animar els fracassos momentanis i relativitzar els triomfs” (Santaló, 1993), ja que s'ha d'ensenyar a acceptar “que la vida és una successió d'èxits i fracassos, perquè ni es triomfa sempre ni es perd sempre” (Santaló, 1994). Santaló veia més perillós que l'alumne s'acostumés a no esforçar-se que no que portés la competitivitat massa lluny: “Si no s'estimula la competència, l'alumne s'acostuma a no esforçar-se per falta de motivació i acaba per deixar-se estar i esperar-ho tot d'algun benefactor superior. S'ha d'educar mostrant que el món és difícil i que el benestar s'aconsegueix amb esforç, lluitant amb dificultats que cadascú ha de vèncer pel seu compte” (Santaló, 1994). A més, Santaló considerava que tots els estudiants que participen a les olimpíades, tant els que arriben a la solució dels problemes com els que no hi arriben, aprenen matemàtica. Un inconvenient que assenyalava Santaló de les olimpíades és que, en fixar en poques hores el temps per resoldre problemes, es premien les intel·ligències ràpides, malgrat que hi ha grans matemàtics que són lents en les seves deduccions. Tanmateix, Santaló matisava que en el món actual, tan ràpid, és bo aprendre a actuar ràpidament.

1.5. L'ensenyament universitari

A l'ensenyament universitari, cal distingir entre la matemàtica destinada a formar matemàtics i la destinada a formar els no matemàtics. La matemàtica destinada a futurs matemàtics ha de tenir uns fonaments rigorosos, sense renunciar a ensenyar-los de manera pedagògica. Santaló pensava que els primers cursos són, en general, massa teòrics i que a conseqüència d'això s'han perdut els temperaments matemàtics aplicats, que haurien pogut ser molt útils a la matemàtica. Segons Santaló, caldria un primer cicle amb una part teòrica i una altra part aplicada. També caldria una mica d'informàtica i les aplicacions més actuals de la matemàtica. Després vindria l'etapa d'especialització, ja que “la matemàtica superior és massa extensa i difícil per a dominar totes les branques” (Santaló, 1975). Les possibles ocupacions dels matemàtics són: aplicar, ensenyar o investigar, que corresponen a conèixer la matemàtica, transmetre-la i augmentar-la, respectivament. Pel que fa a la matemàtica per a no matemàtics, en general Santaló considerava que l'explicaven professors molt coneixedors de la matemàtica, però poc coneixedors del que els seus alumnes necessiten, als quals cal donar en poc temps coneixements que van del càlcul algebraic més elemental a equacions en derivades parcials, problemes de punt fix i optimització.

2. El professorat

Santaló reclamava que la tasca del professorat fos atesa i valorada, perquè a les seves mans hi ha en gran part el futur de la societat. I ho reclamava per als professors de tots els nivells, tant de l'ensenyament primari com del secundari o l'universitari. A més, Santaló afirmava que és necessari parlar amb els professors de nivells inferiors per intentar resoldre problemes comuns. Coherentment, Santaló, com a professor universitari, anava a parlar amb professors de secundària per saber què es podia fer per evitar que els alumnes arribessin mal preparats a la universitat: “Els professors de matemàtica d'universitat i d'escola mitjana han de col·laborar per a discutir, planificar, assajar i tornar a discutir a partir dels resultats obtinguts” (Santaló, 1975).

Santaló considerava que en el passat la tasca dels professors era més fàcil, ja que havien d'ensenyar allò que ells havien après quan eren estudiants. Ni el contingut ni la metodologia no canviaven gaire. En canvi, actualment, el ritme de progrés obliga a canviar ràpidament els programes educatius. Una gran part del professorat haurà d'ensenyar coses que mai no van aprendre quan eren estudiants. Sobretot, afegia Santaló, “cal preparar els alumnes per al món d'avui i, si és possible, per al demà en què ells s'hauran de moure” (Santaló, 1975). Pel que fa als llibres de text, en el passat duraven diverses generacions. L'*Elements* d'Euclides va ser llibre de text durant dos mil anys, malgrat que —segons Santaló— és un llibre més apropiat per a matemàtics formats que no per ensenyar geometria a adolescents. En canvi, actualment, els llibres poden durar tan sols un curs escolar. Això fa que es requereixi del professorat més dedicació. En canvi, ens alertava Santaló, tant el professorat com els pares dels alumnes solen ser, en general, contraris al canvi dels programes: el professorat perquè s'ha d'adaptar a un nou programa que ha d'entendre perfectament per tal d'ensenyar-lo. I els pares, és a dir, la societat, solen pensar que la matemàtica no canvia en absolut i no entenen que no calgui aprendre allò que ells havien après. Tanmateix, els canvis en els programes de matemàtiques de tots els nivells són necessaris per mantenir l'ensenyament actualitzat, tant en continguts com en metodologia. Santaló avisava que tota innovació en l'ensenyament secundari ha de començar per la formació del professorat, que és el que, en el futur, haurà de portar a terme els canvis.

Pel que fa a la formació de professorat, Santaló pensava que seria interessant que a les facultats de matemàtiques existís l'orientació en metodologia i didàctica de la matemàtica. Segons Santaló, caldria que hi hagués un cicle comú i després unes assignatures diferenciades. Santaló veia la didàctica de la matemàtica com a ciència en evolució, amb els seus problemes i interrogants, però que ha de formar part de la recerca. Parlant de la didàctica de la matemàtica deia: “Es tracta d'un nou camp d'investigació, amb ramificacions a la psicologia i a la pedagogia, però que és perillós deixar solament a mans d'aquestes; la col·laboració dels matemàtics és fonamental” (Santaló, 1975). A més, Santaló insistia que cal recerca educativa a tots els àmbits, incloent-hi l'universitari.

Santaló recalrava que el professorat ha d'estar en reciclatge continu, que ha d'estar informat de les discussions actuals sobre les noves metodologies i que n'ha de tenir una opinió pròpia. Encara que Santaló no era gaire partidari de l'ensenyament a distància, sí que

ho era per al reciclatge del professorat, ja que explicava que a l'Argentina havia tingut molt d'èxit.

Respecte a la confecció de currículums, Santaló considerava que han de ser preparats per especialistes de cada matèria, intentant establir totes les interaccions possibles entre les diferents matèries. “Uns aires del mètode científic a l'ensenyament de les humanitats poden ser molt beneficiosos, igual que enfocaments humanístics a l'ensenyament de les ciències exactes i naturals” (Santaló, 1994).

3. Un exemple de didàctica aplicada: la probabilitat a la secundària

En el passat es van considerar fora de la matemàtica tots els problemes en els quals intervé l'atzar. La probabilitat era considerada com l'antítesi de tota llei. La ciència experimental és essencialment determinista, ja que si es repeteix l'experiment s'esperen trobar els mateixos resultats. Això ha portat a una educació bàsicament determinista, però en el món d'avui és fonamental el desenvolupament del pensament probabilista. A la vida corrent hi ha molts casos en els quals intervé la probabilitat: la probabilitat de guanyar en un sorteig, la probabilitat de vida o mort, la probabilitat d'un accident en una determinada carretera, la probabilitat que resulti guanyador un candidat en unes eleccions, la probabilitat de superar un examen d'elecció múltiple. Totes aquestes qüestions no es poden resoldre de manera determinista. Segons Santaló, “cal incrementar els coneixements probabilistes i estadístics en nivells cada vegada més baixos de l'ensenyament, des de l'escola primària, perquè són conceptes indispensables en el món modern” (Santaló, 1995).

Segons Santaló, cal educar en la probabilitat i en l'estadística perquè són eines imprescindibles en el món actual. Com que amb unes mateixes dades es poden aparentar conseqüències diferents i arribar a conclusions errònies o falses, cal que estiguem educats en la probabilitat i en l'estadística per poder jutjar els fets amb prou criteri.

Els motius per introduir, en el moment adequat, la probabilitat i l'estadística a l'escola elemental i secundària són els següents (Santaló, 1995): donen motiu a exercitar el raonament i els càlculs matemàtics tradicionals; mostren com es poden tractar situacions incertes; instrueixen sobre l'anàlisi de gràfics i la seva construcció; a partir de taules i gràfics, ensenyen a interpolar i extrapolar per estimar valors no continguts a les taules; eduquen a comprendre la simulació de situacions i a graduar la major o menor confiabilitat de certs resultats i de certes propagandes; ajuden a comprendre el grau d'equitativitat en els jocs d'atzar i en les assegurances, i introdueixen la idea de correlació entre variables.

“Les idees probabilistes estan lluny de ser intuïtives per a la gran majoria de població adulta dels nostres dies” (Santaló, 1995). Perquè aquestes idees siguin intuïtives, segons Santaló, cal ensenyar probabilitat i estadística des dels primers nivells de l'ensenyament, però no com un capítol a part, sinó integrades amb la resta de les matemàtiques. “Cal educar els

nens des de la primera infantesa, en la complexa base intuïtiva del pensar probabilista, per aconseguir en el desenvolupament i en l'operar de la seva intel·ligència un constructiu balanç entre el que és possible i el que és determinat" (Santaló, 1995).

Referències

Duran, X. (1999). *Lluís Santaló*. Barcelona: Fundació Catalana per a la Recerca.

Escaire, L' (1979). Biografia [de Lluís A. Santaló]. *L'Escaire*, núm. 1, p. 75-76.

Martínez Naveira, A. (2000). "L'apogeu de la investigació matemàtica a Espanya". *Mètode. Revista de difusió de la investigació de la Universitat de València*, núm. 24, p. 18-21.

Riera i Tuèbols, S. (1983). *Síntesi d'història de la ciència catalana*. Barcelona: La Magrana.

Santaló, L. A. (1975). *L'educació matemàtica, avui*. Barcelona: Teide.

Santaló, L. A. (1980). Aplicaciones de la matemática en la escuela elemental y media (1a part). *L'Escaire*, núm. 5, p. 48-58.

Santaló, L. A. (1980). Aplicaciones de la matemática en la escuela elemental y media (2a part). *L'Escaire*, núm. 6, p. 29-44.

Santaló, L. A. (1985). Entrevista a Lluís Santaló. *L'Escaire*, núm. 15.

Santaló, L. A. (1986). *Doctor honoris causa Lluís Antoni Santaló*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.

Santaló, L. A. (1992). Matemática y cultura general. *SUMA. Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*, núm. 10, p. 4-8.

Santaló, L. A. (1993). *La geometria en la formació de profesores*. Buenos Aires: Red Olímpica.

Santaló, L. A. (1993). *La matemàtica: una filosofia i una tècnica*. Vic: Eumo.

Santaló, L. A. (1994). La enseñanza de la matemática en la educación intermedia. En: García Hoz, V. [dir.], *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia. Tratado de educación personalizada*, vol. 14, p. 17-143. Madrid: Rialp.

Santaló, L. A. (1995). Las probabilidades en la educación secundaria. En: García Hoz, V. [dir.], *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia. Tratado de educación personalizada*, vol. 23, p. 104-145. Madrid: Rialp.

Enllaços relacionats

Aguirre, J. *Homenaje para un educador*

<http://www.unrc.edu.ar/publicar/h_a/324/siete.htm>

Alsina, C. *El legado del profesor Luis A. Santaló*

<<http://usuarios.bitmailer.com/ldeguzman/estalmatensayo001209/santaloalsina.htm>>

Barceló i Vidal, C. *Lluís Santaló: un científic, un pedagog*

<<http://www.ima.udg.es/~cls/Documents/LluisSantaloInMemoriam.htm>>

Borches, C. *El último geómetra clásico*

<<http://www.ima.udg.es/~cls/Documents/EIUltimoGeometraClasico.htm>>

Fava, N. i Segovia, C. *Luis Santaló*

<<http://www.ima.udg.es/~cls/Documents/LuisSantalo.htm>>

Gelabertó, J. *Lluís Santaló, científic i pedagog*

<http://www.ima.udg.es/~cls/cp/cls_cp.html>

Salonia, A. F. *La ejemplaridad de Santaló*

<<http://www.campus-oei.org/na1405.htm>>

Santaló, L. A. *George Louis Leclerc. Un Bufón Científico*

<http://www.unl.edu.ar/conciencia/anio1n1/pag18_19.htm>

Santaló, L. A. *Geometría y Física*

<<http://www.ubik.to/303/geoff.htm>>

Unión Matemática Argentina. *Luis Santaló. En memoria.* (Inclou una conferència oral de Lluís A. Santaló sobre el matemàtic Beppo Levi.)

<<http://www.fceia.unr.edu.ar/secyt/apuntes/Santalo/Santalo.htm>>