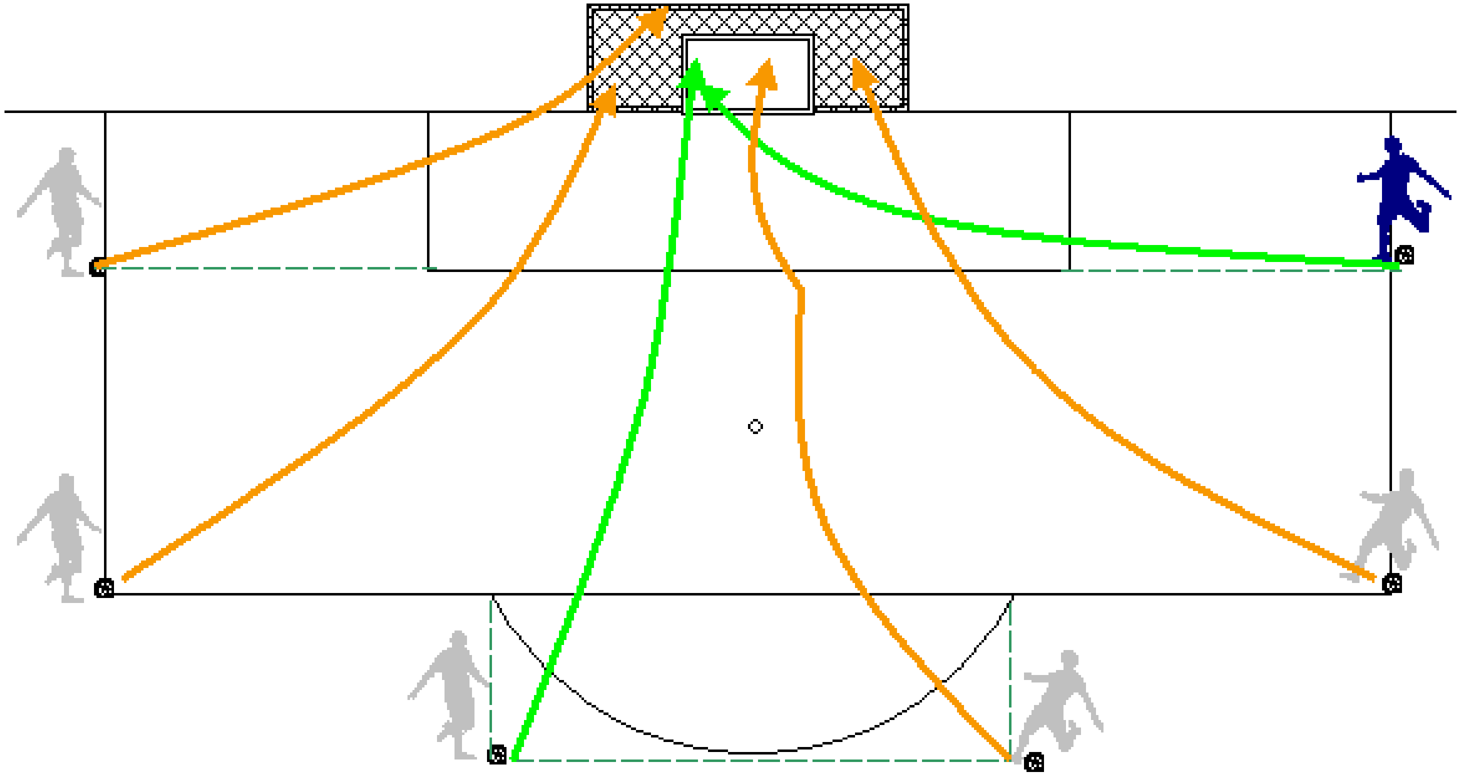
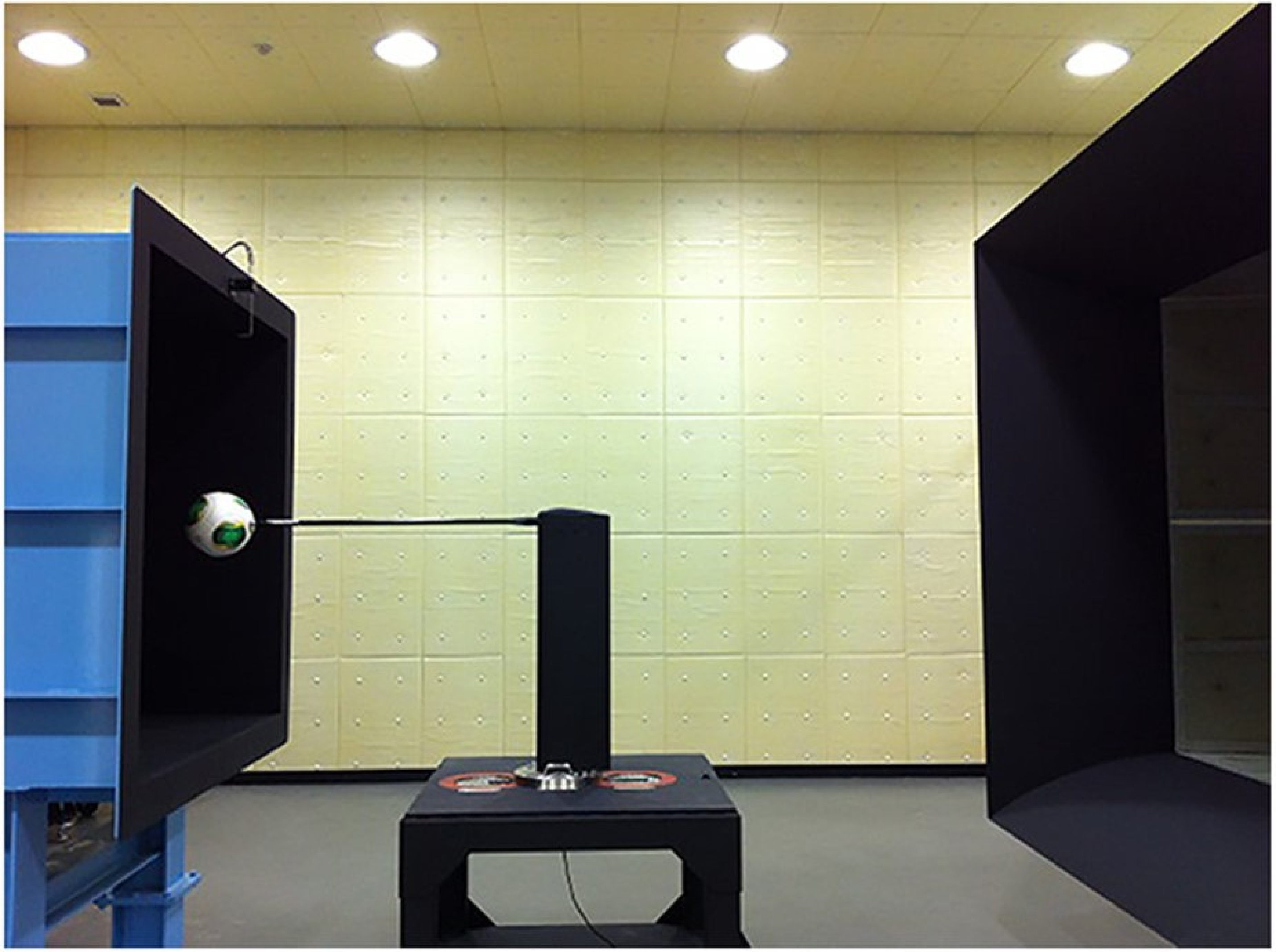
Avevo 12 anni quando ti ho voltato le spalle. Rinnegai il mio passato per garantirti un futuro sicuro.
Una scelta di cuore.
Una scelta d'istinto.
Proprio nel giorno in cui ho smesso di guardarti in faccia però, ho cominciato ad amarti.
A tutelarti.
A essere il tuo primo e ultimo strumento di difesa.
Ho promesso a me stesso che avrei fatto di tutto per non incrociare più il tuo sguardo. O per farlo meno possibile. Ma ogni occasione è stata una sofferenza, dovermi voltare per rendermi conto di averti deluso.
Ancora.
Ancora una volta.
Siamo sempre stati opposti e complementari, come Luna e Sole. Costretti a vivere uno accanto all'altro senza mai potersi sfiorare. Compagni di vita a cui viene negato il contatto.
Oltre 25 anni fa ho fatto il mio voto: ho giurato di proteggerti e custodirti. Mi sono fatto scudo contro i tuoi nemici. Ho sempre pensato al tuo bene, anteponendolo al mio. E tutte le volte che mi sono voltato a guardarti ho cercato di sostenere la tua espressione delusa a testa alta, ma sentendomi consapevolmente in colpa.

Avevo 12 anni quando ho voltato le spalle alla porta.
E continuerò a farlo. Finchè gambe, testa e cuore reggeranno.



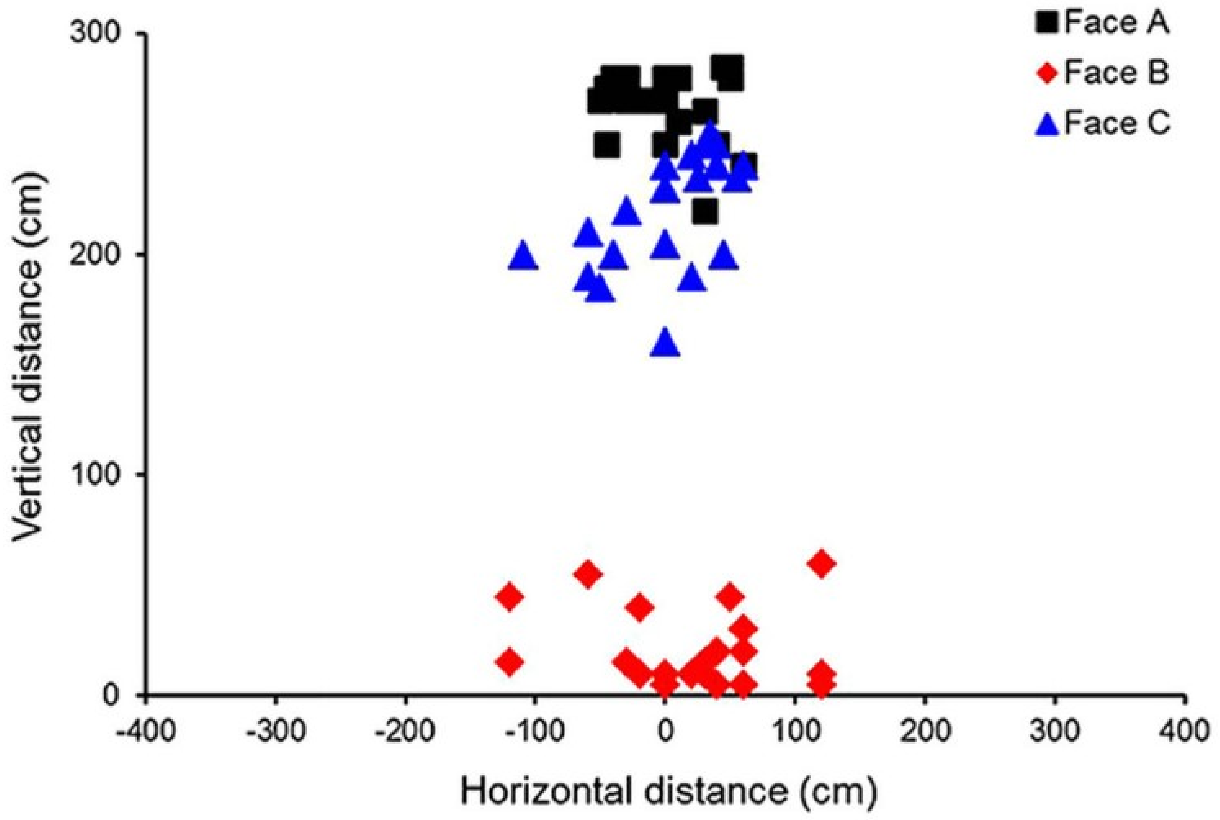
Pilota de futbol
Cafusa d’Adidas
(32 panels)

Orientacions de tirada



Distància robot-porteria: 25 m   Velocitat inicial: 30 m/s   Angle de tir: 15°

Punts d’impacte de la pilota Cafusa segons l’orientació dels panels que la formen

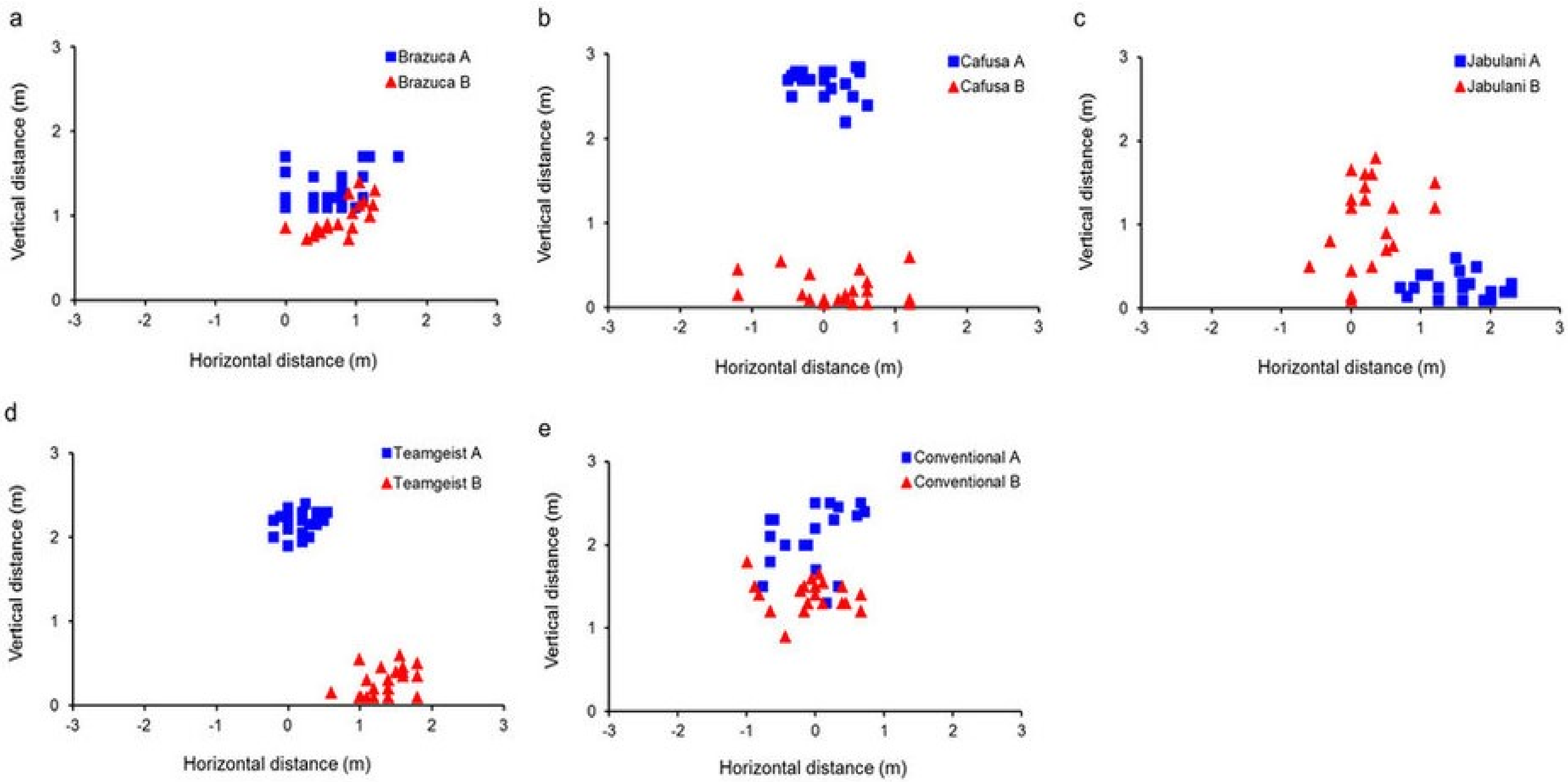


Font: Scientific Reports, [Visualization of air flow around soccer ball using a particle image velocimetry]

Figure 2: Soccer balls used for the test and their panel orientations.

From: Effect of panel shape of soccer ball on its flight characteristics

(a, b) Adidas Brazuca: small dimple and six panels, (c, d) Adidas Cafusa: small grip texture and 32 modified panels, (e, f) Adidas Jabulani: small ridges or protrusions and eight panels, (g, h) Adidas Teamgeist 2: small protuberances and 14 panels; (i, j) Molten Vantaggio (conventional soccer ball): smooth surface and 32 pentagonal and hexagonal panels. (Photo by S.H.).



Font: Scientific Reports, [Effect of panel shape of soccer ball on its flight characteristics]

En aquest “mètode de Montecarlo” fins i tot la forma de les peces que componen la pilota té importància!

Però no parlàvem del Buffon porter!

Georges-Louis Leclerc,
comte de Buffon
(1707 - 1788)

Georges-Louis Leclerc, comte de Buffon (1707 - 1788)

Naturalista i matemàtic francès.

Autor d'una monumental "*Histoire naturelle*"en 36 volums. El suplement IV d'aquesta obra inclou el seu "*Essai d'arithmétique morale*" (1777) on hi ha la "*Mémoire sur le jeu de franc carreau*"

Sur des carreaux carrés, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme 1 : $\frac{\sqrt{11}}{7}$, c'eſt-à-dire, plus grand d'environ un cinquième.

Sur des carreaux héxagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme 1 : $\frac{\sqrt{21\sqrt{3}}}{44}$, c'eſt-à-dire, plus grand d'environ un treizième.

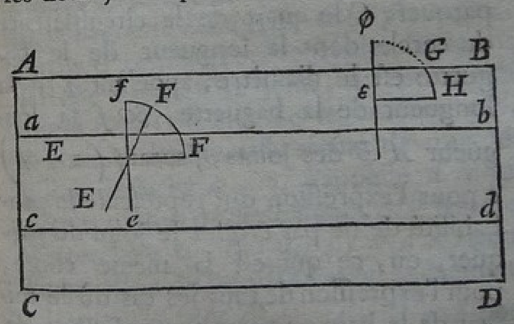
J'omets ici la ſolution de pluſieurs autres cas, comme lorſque l'un des joueurs parie que l'écu ne tombera que ſur un joint ou ſur deux, ſur trois, &c. ils n'ont rien de plus difficile que les précédens ; & d'ailleurs on joue rarement ce jeu avec d'autres conditions que celles dont nous avons fait mention.

Mais ſi au lieu de jeter en l'air une pièce ronde, comme un écu, on jetoit une pièce d'une autre figure, comme une piſtole d'Eſpagne carrée, ou une aiguille, une baguette, &c. le problême demanderoit un peu plus de géométrie, quoiqu'en général il fût toujours poſſible

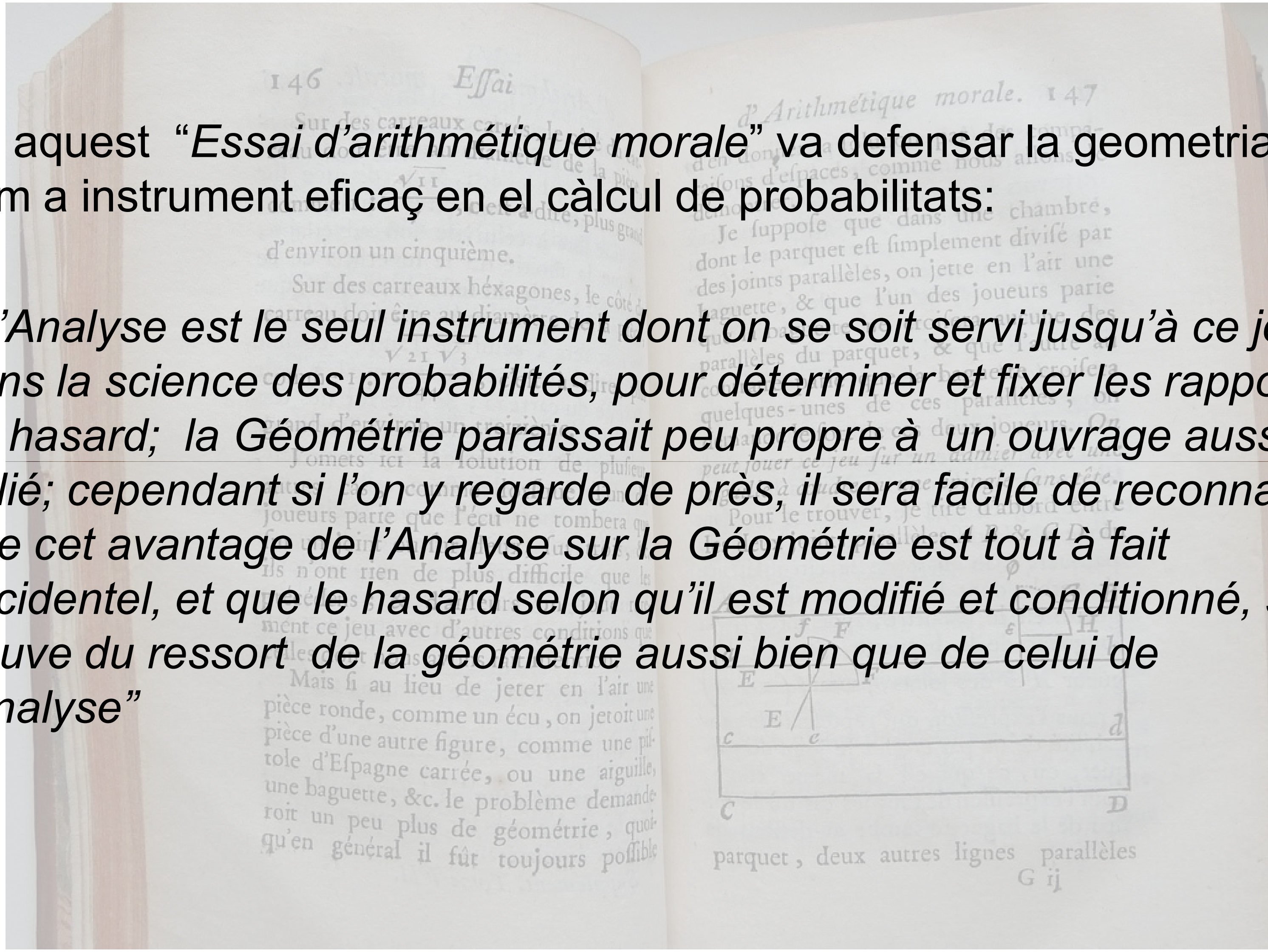
d'en donner la ſolution par des comparaiſons d'eſpaces, comme nous allons le démontrer.

Je ſuppoſe que dans une chambre, dont le parquet eſt ſimplement diviſé par des joints parallèles, on jette en l'air une baguette, & que l'un des joueurs parie que la baguette ne croiſera aucune des parallèles du parquet, & que l'autre au contraire parie que la baguette croiſera quelques-unes de ces parallèles ; on demande le ſort de ces deux joueurs. *On peut jouer ce jeu ſur un damier avec une aiguille à coudre ou une épingle ſans tête.*

Pour le trouver, je tire d'abord entre les deux joints parallèles *A B* & *C D* du

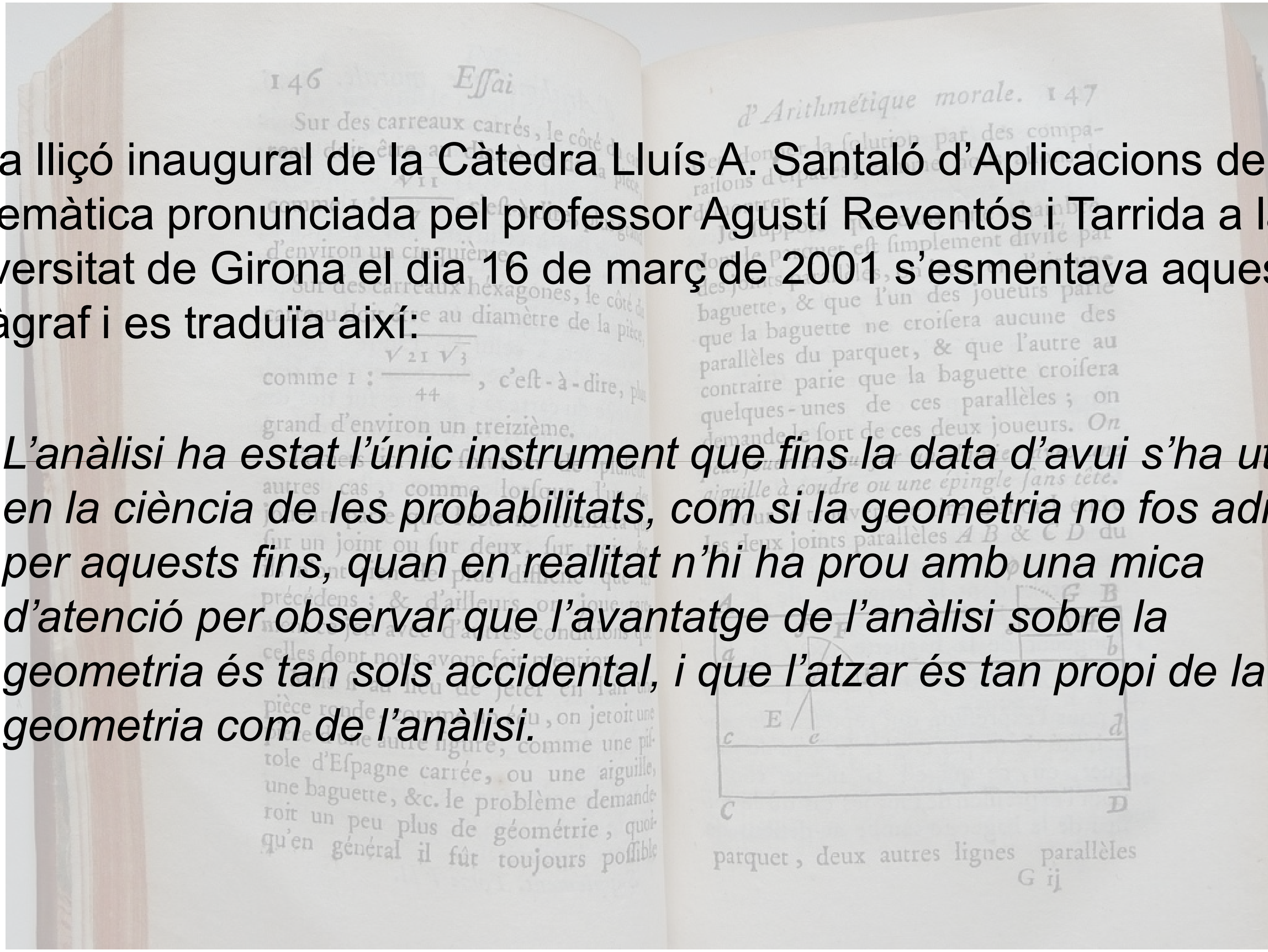


parquet, deux autres lignes parallèles



En aquest "*Essai d'arithmétique morale*" va defensar la geometria com a instrument eficaç en el càlcul de probabilitats:

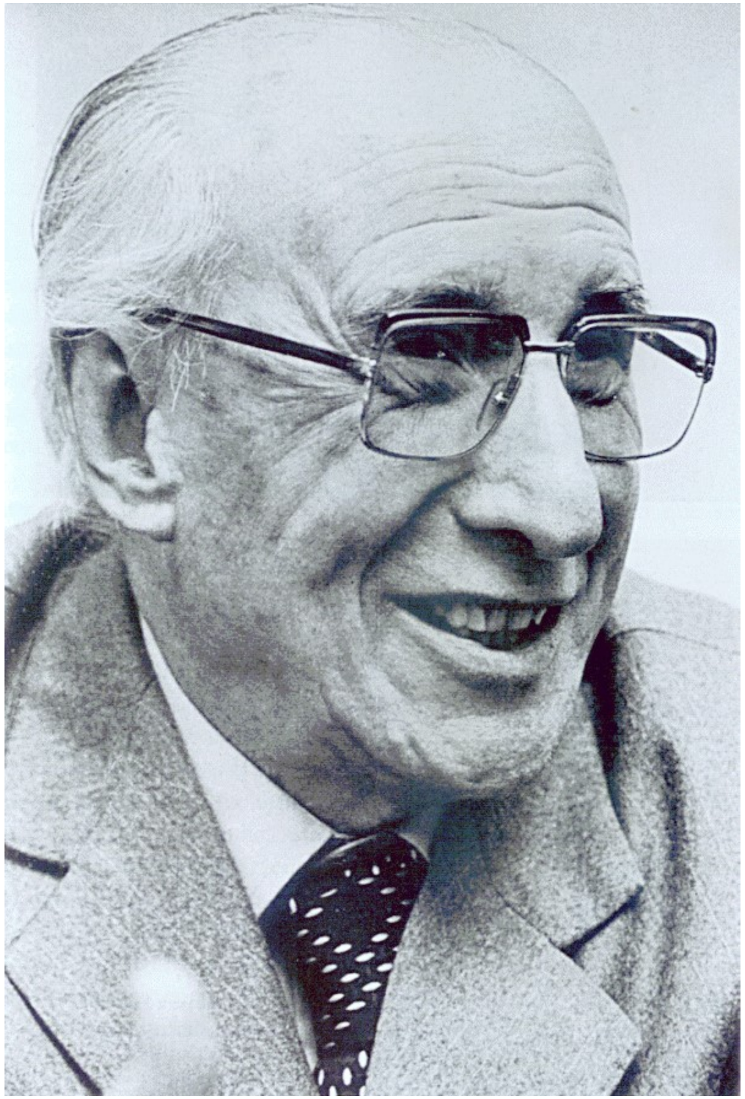
"*L'Analyse est le seul instrument dont on se soit servi jusqu'à ce jour dans la science des probabilités, pour déterminer et fixer les rapports du hasard; la Géométrie paraissait peu propre à un ouvrage aussi délié; cependant si l'on y regarde de près, il sera facile de reconnaître que cet avantage de l'Analyse sur la Géométrie est tout à fait accidentel, et que le hasard selon qu'il est modifié et conditionné, se trouve du ressort de la géométrie aussi bien que de celui de l'analyse*"



En la lliçó inaugural de la Càtedra Lluís A. Santaló d'Aplicacions de la Matemàtica pronunciada pel professor Agustí Reventós i Tarrida a la Universitat de Girona el dia 16 de març de 2001 s'esmentava aquest paràgraf i es traduïa així:

> *L'anàlisi ha estat l'únic instrument que fins la data d'avui s'ha utilitzat en la ciència de les probabilitats, com si la geometria no fos adient per aquests fins, quan en realitat n'hi ha prou amb una mica d'atenció per observar que l'avantatge de l'anàlisi sobre la geometria és tan sols accidental, i que l'atzar és tan propi de la geometria com de l'anàlisi.*

Aquestes paraules iniciaven una relació entre probabilitat i geometria en l’estudi de la qual destacà Lluís A. Santaló.

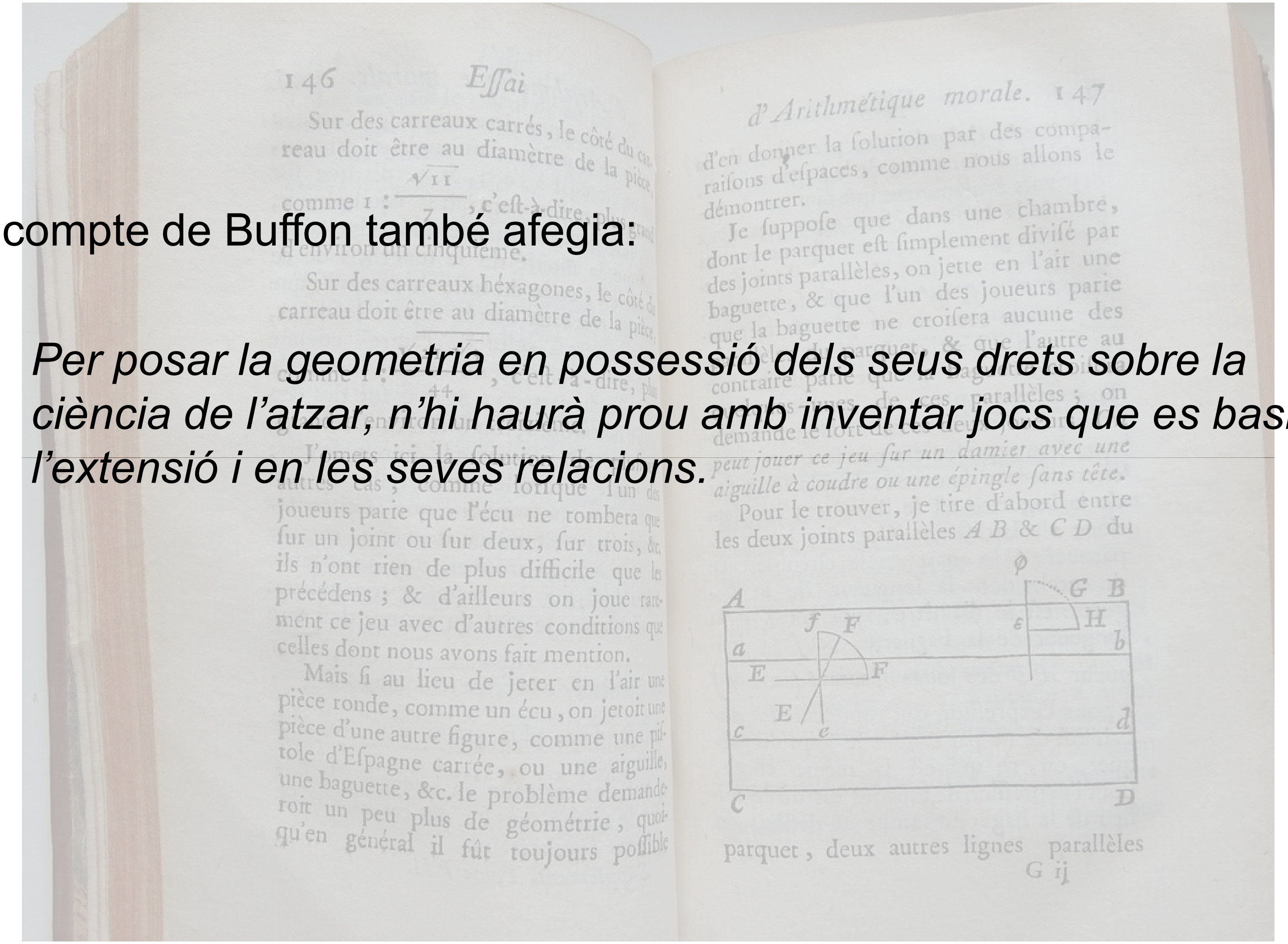


Lluís A. Santaló

Girona, 1911 – Buenos Aires, 2001

El compte de Buffon també afegia:

Per posar la geometria en possessió dels seus drets sobre la ciència de l'atzar, n'hi haurà prou amb inventar jocs que es basin en l'extensió i en les seves relacions.


146 Essai

Sur des carreaux carrés, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce comme 1 : $\frac{\sqrt{11}}{7}$, c'est-à-dire, plus grand d'environ un cinquième.

Sur des carreaux héxagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme 1 : [illegible] 44, c'est-à-dire, [illegible]

J'omets ici la solution [illegible] autres cas, comme lorsque l'un des joueurs parie que l'écu ne tombera que sur un joint ou sur deux, sur trois, &c. ils n'ont rien de plus difficile que les précédens ; & d'ailleurs on joue rarement ce jeu avec d'autres conditions que celles dont nous avons fait mention.

Mais si au lieu de jeter en l'air une pièce ronde, comme un écu, on jetoit une pièce d'une autre figure, comme une pistole d'Espagne carrée, ou une aiguille, une baguette, &c. le problème demanderoit un peu plus de géométrie, quoiqu'en général il fût toujours possible

d'Arithmétique morale. 147

d'en donner la solution par des comparaisons d'espaces, comme nous allons le démontrer.

Je suppose que dans une chambre, dont le parquet est simplement divisé par des joints parallèles, on jette en l'air une baguette, & que l'un des joueurs parie que la baguette ne croisera aucune des [illegible] du parquet, & que l'autre au contraire parie que la baguette [illegible] de ces parallèles ; on demande le sort de ces [illegible] *On peut jouer ce jeu sur un damier avec une aiguille à coudre ou une épingle sans tête.*

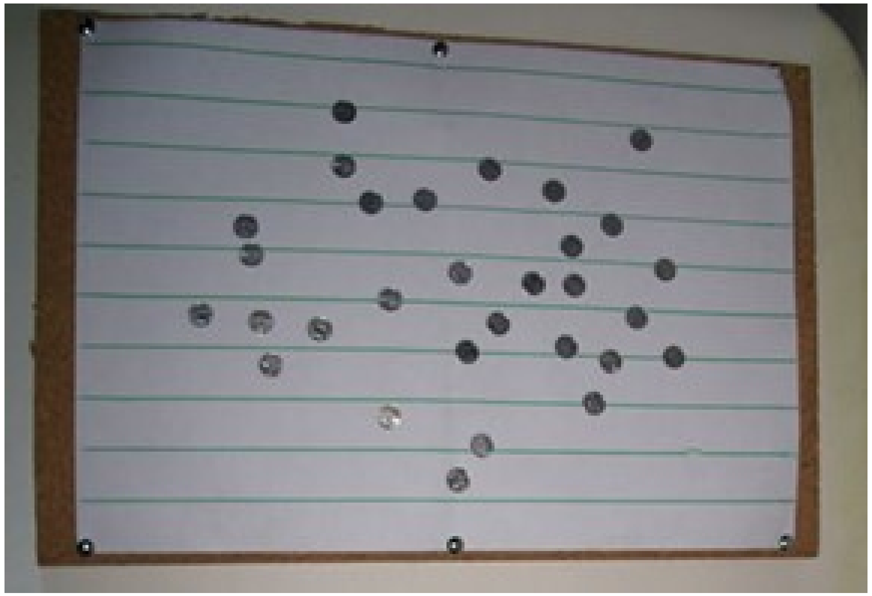
Pour le trouver, je tire d'abord entre les deux joints parallèles *A B* & *C D* du parquet, deux autres lignes parallèles

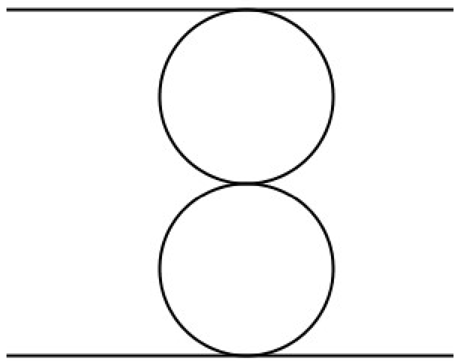
G ij

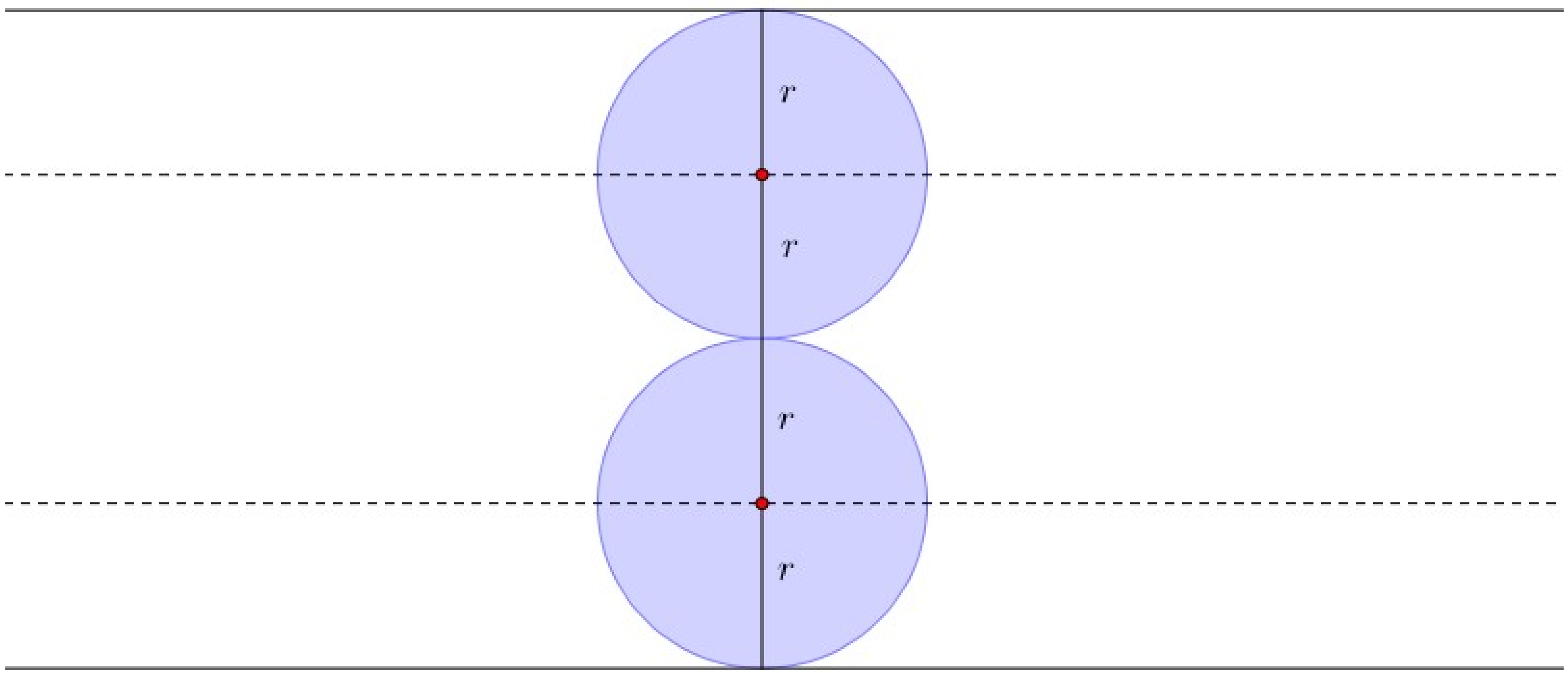
En tirar una moneda sobre aquest enreixat de línies paral·leles que estan separades dues vegades el diàmetre de la moneda...

...Quina és la probabilitat de tocar una línia?

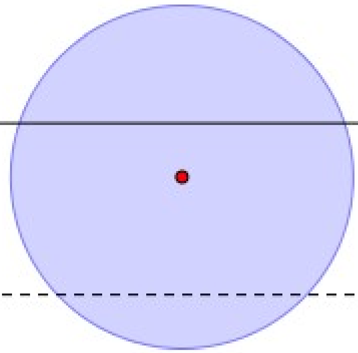
...I la probabilitat de no tocar cap línia?



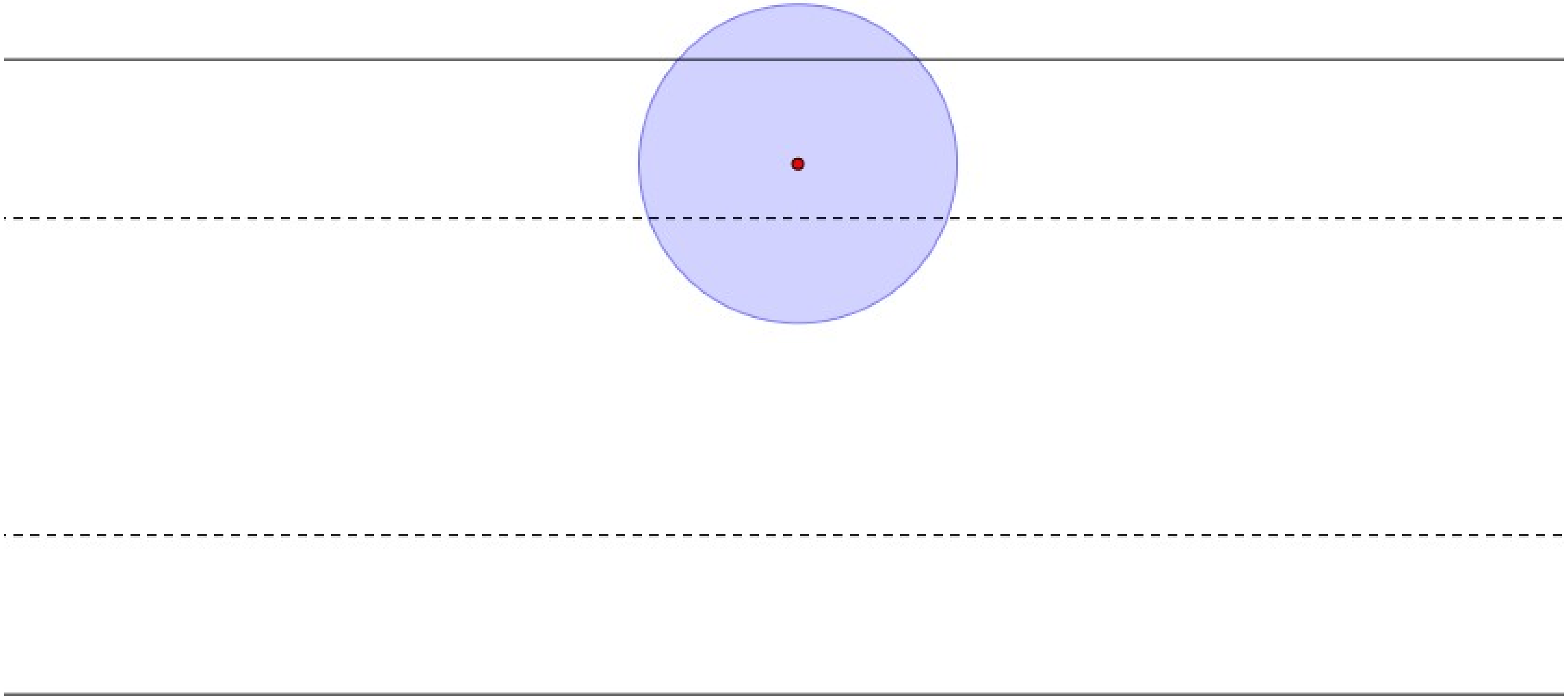



r
r
r
r

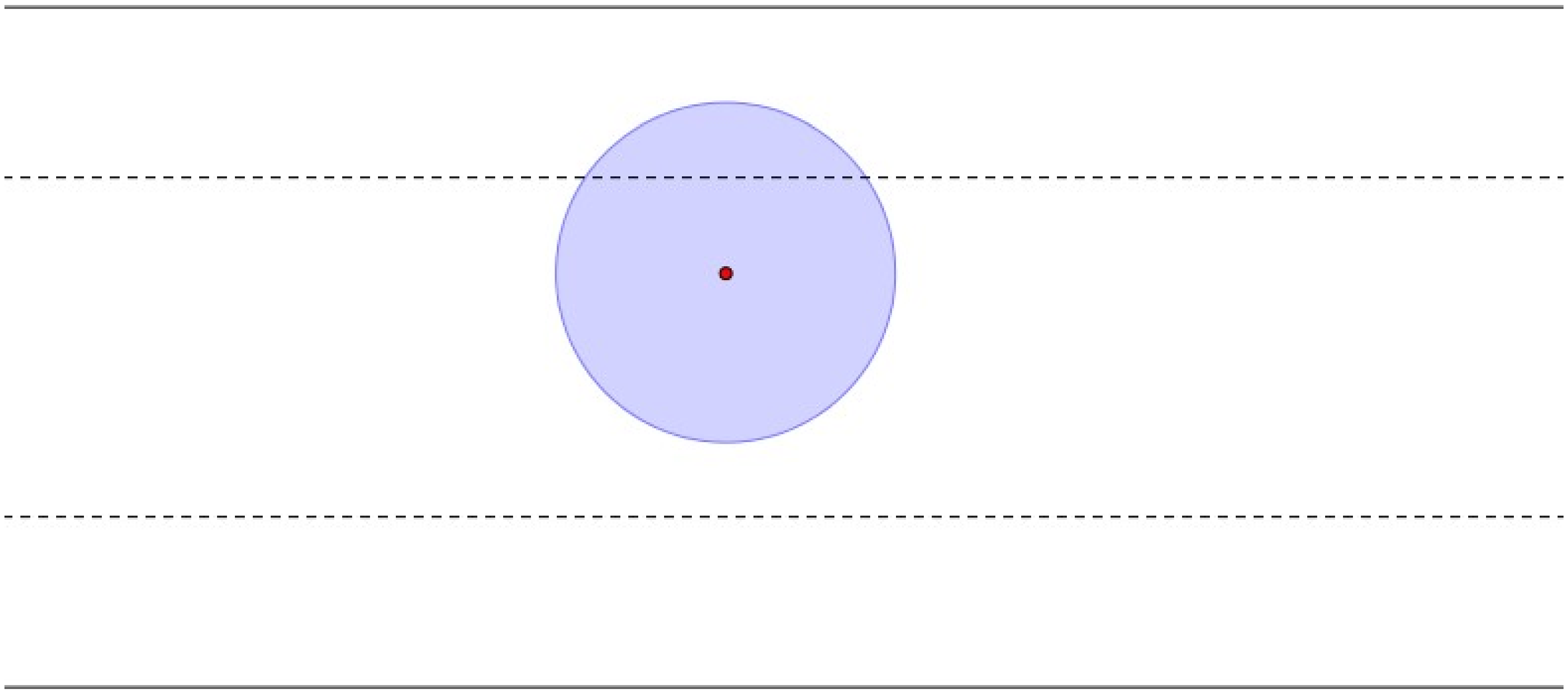
Toca



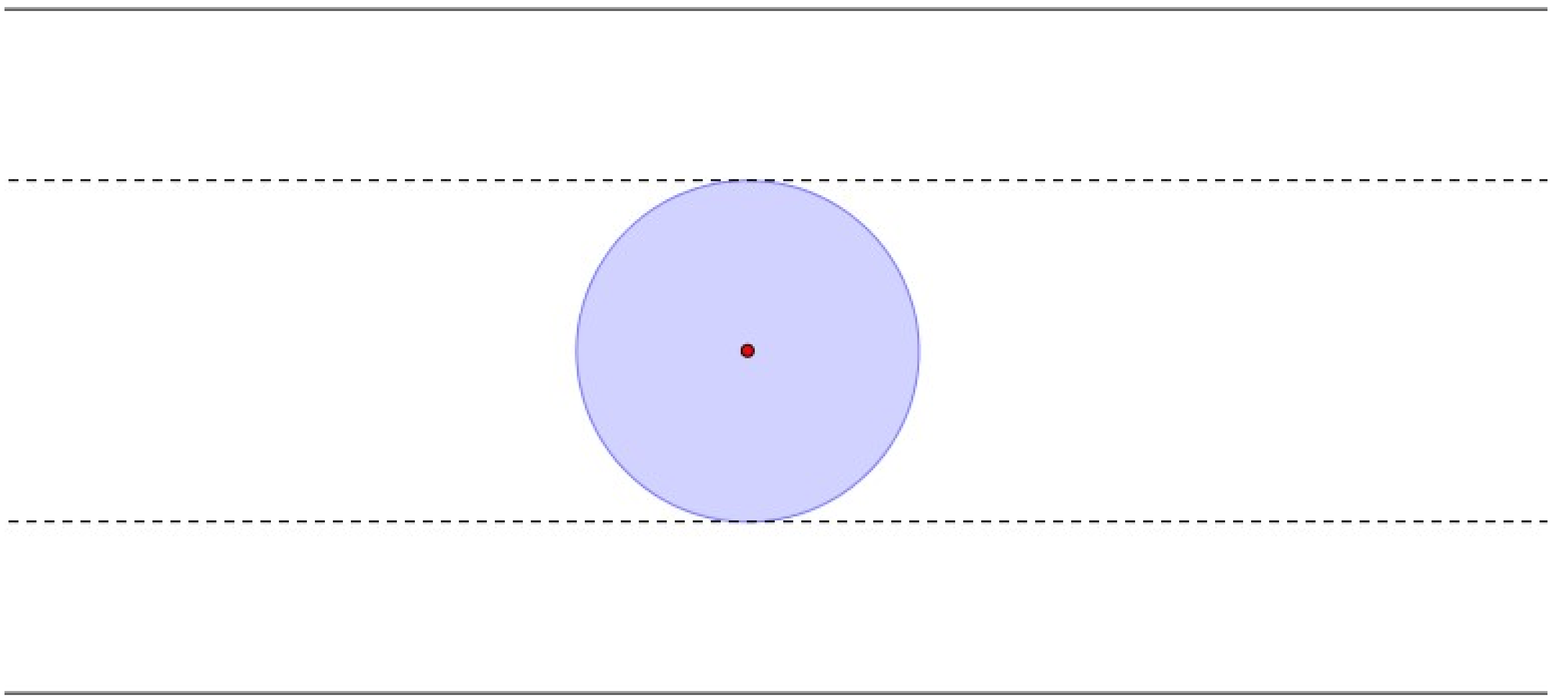
Toca



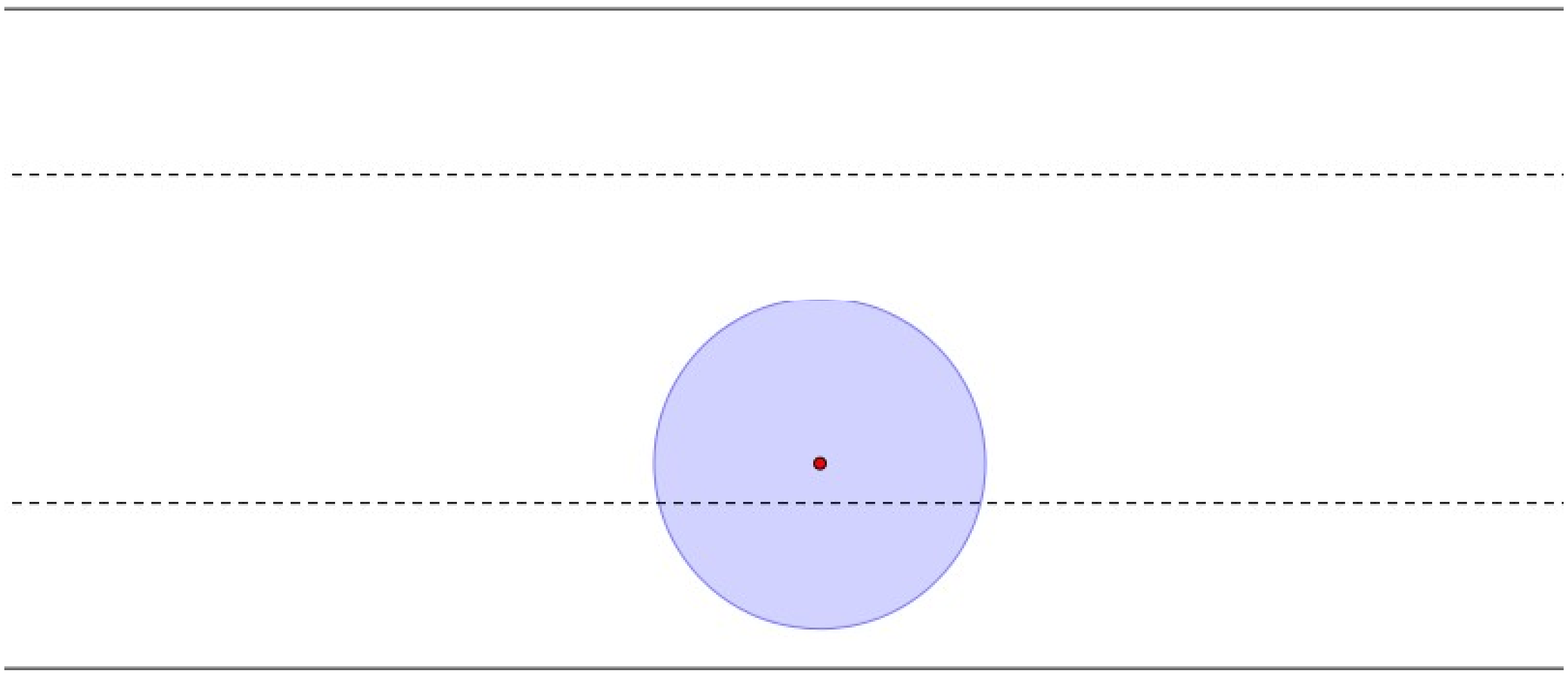
No toca



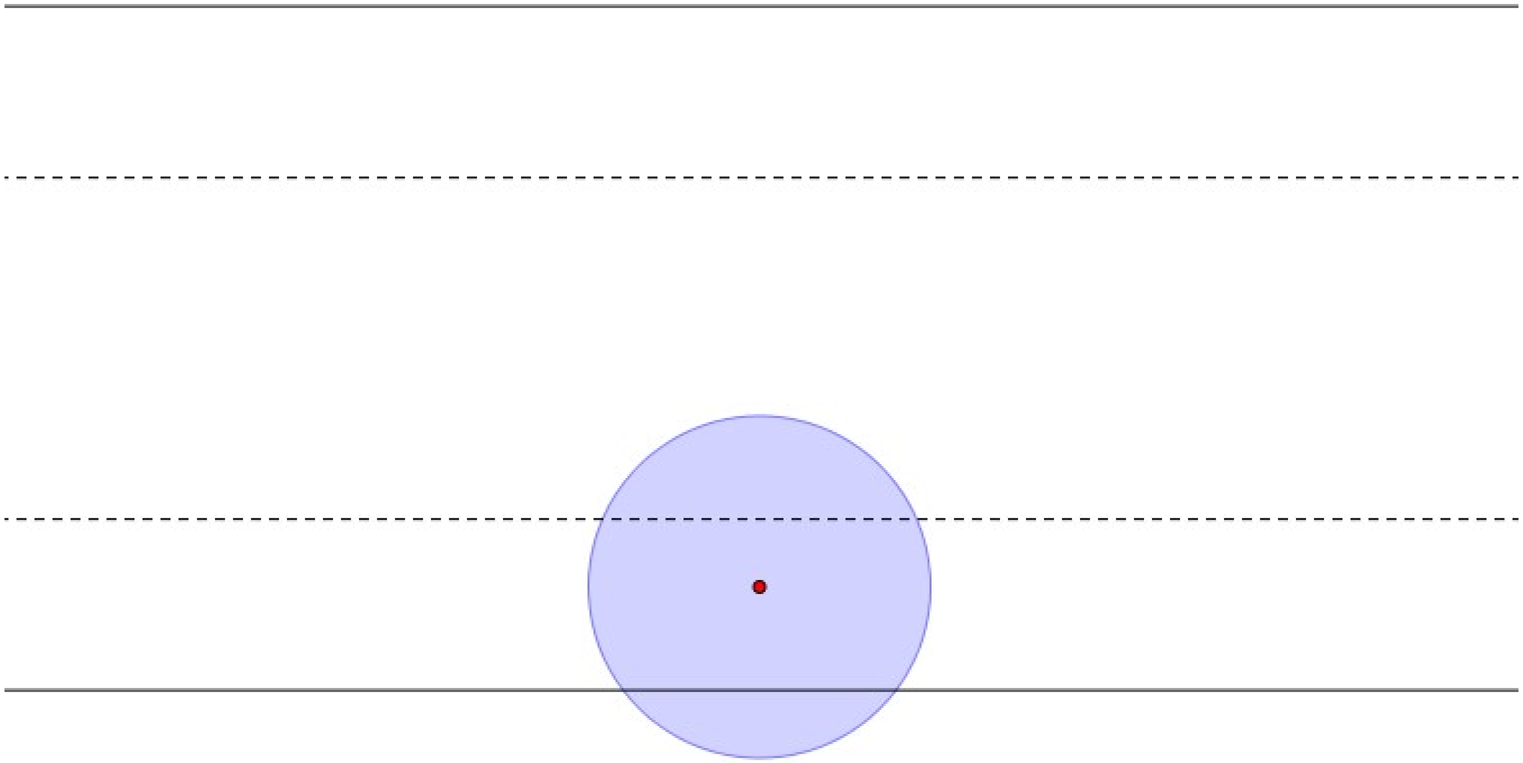
No toca



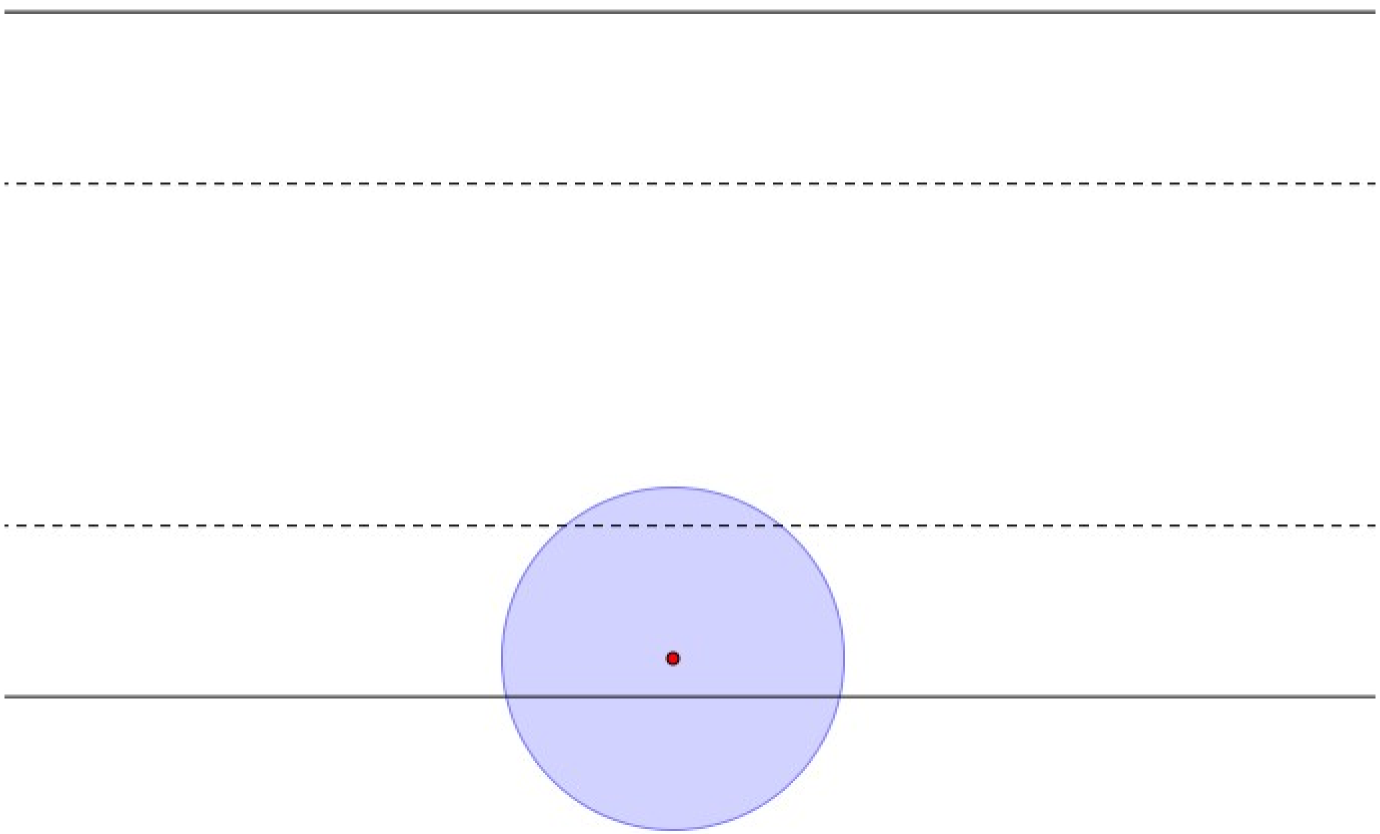
No toca



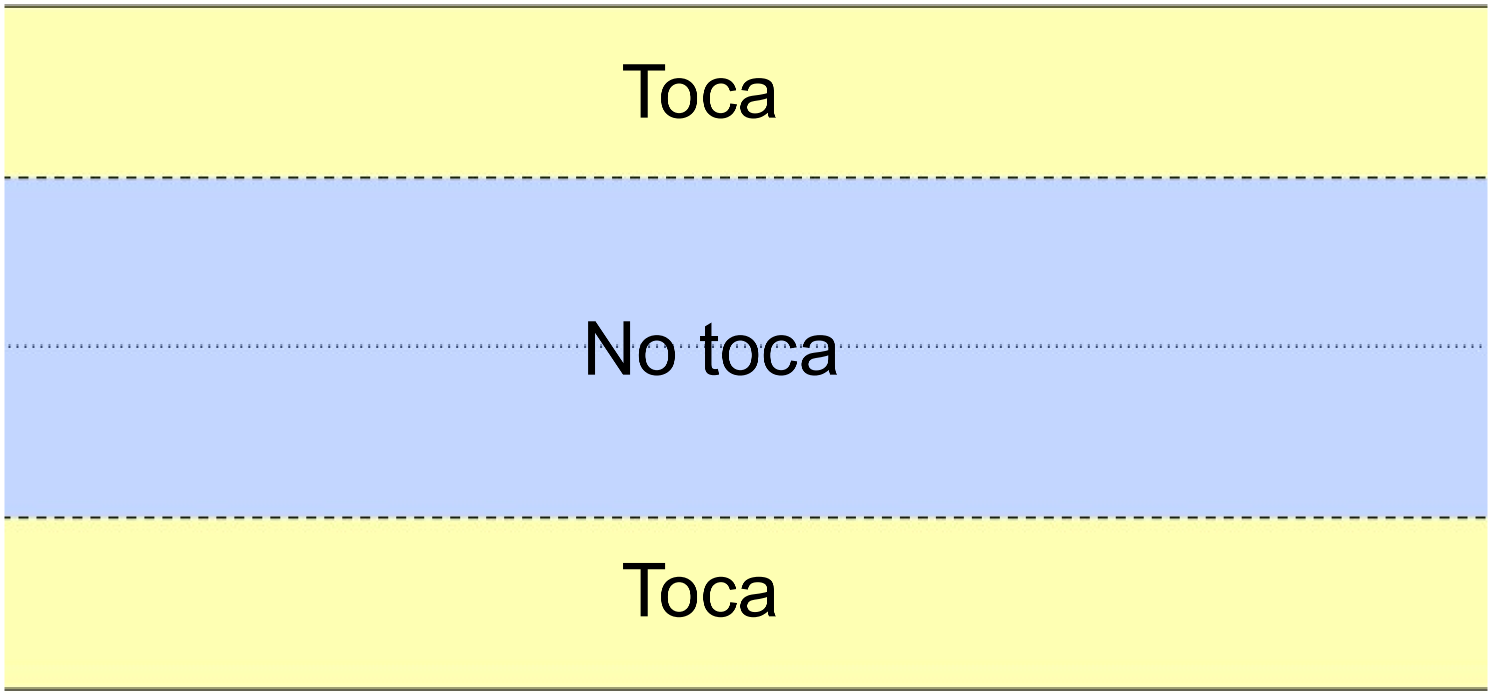
Toca



Toca

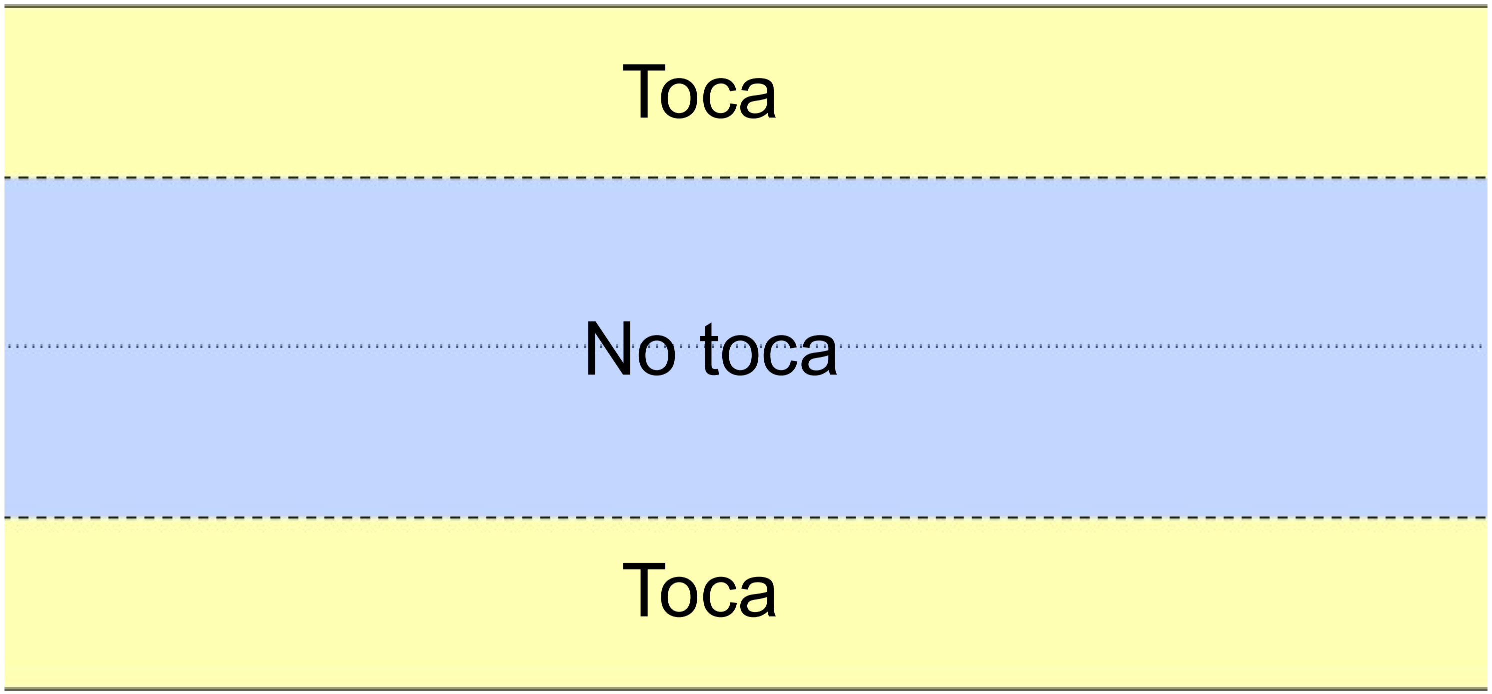


Segons on caigui el centre de la moneda, tocarà o no tocarà...



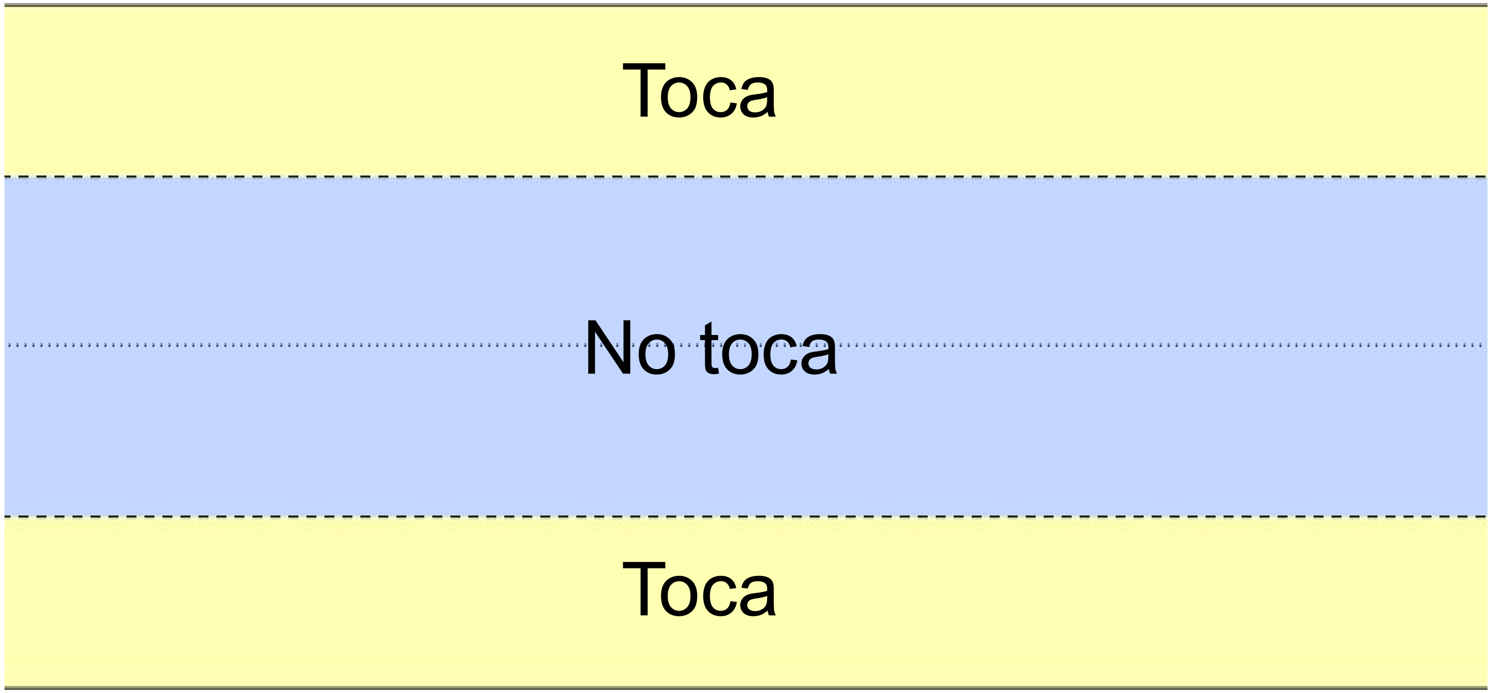
Comparem les àrees!

Son iguals!

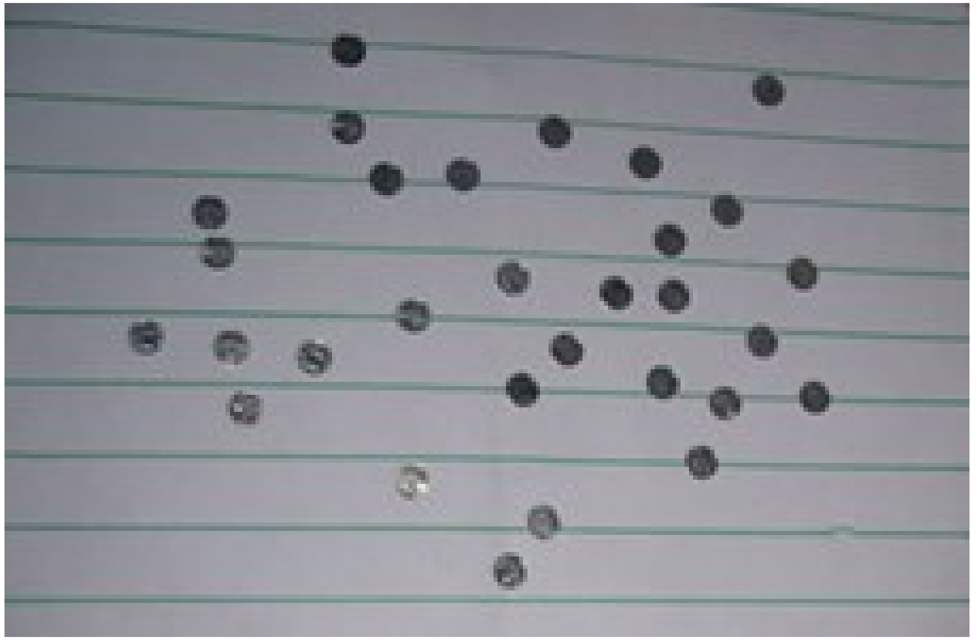


Per tant...

$$p(Tocar) = p\,(No\ tocar) = \frac{1}{2}$$



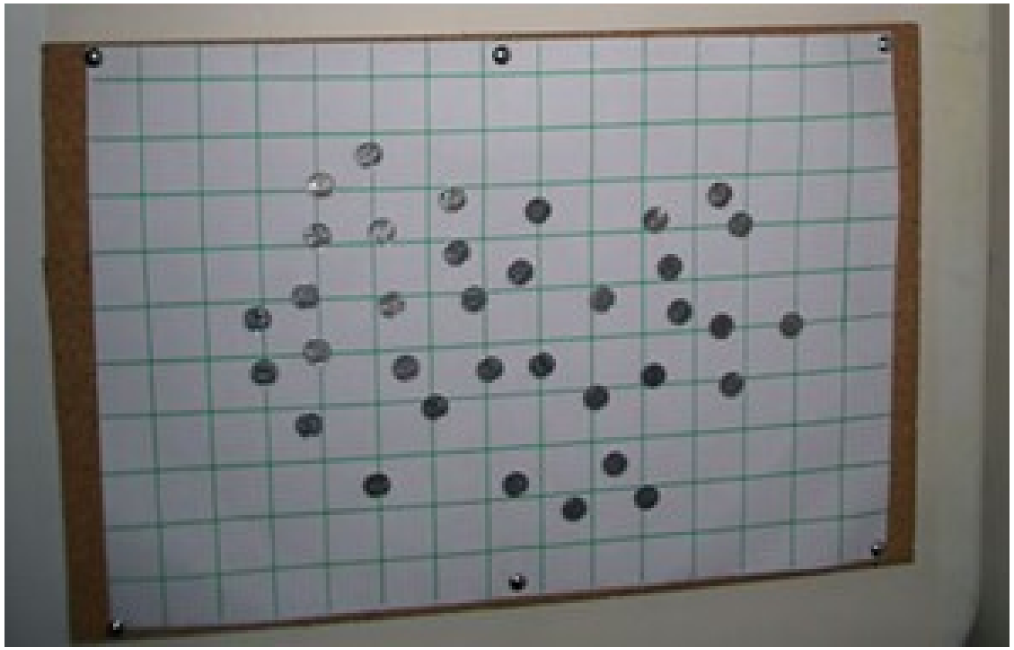
Quins resultats hem trobat fent l'experiment i aproximant la probabilitat de no tocar (tocar) pel nombre de tirades que no han tocat (o que han tocat) dividit entre el nombre total de tirades?

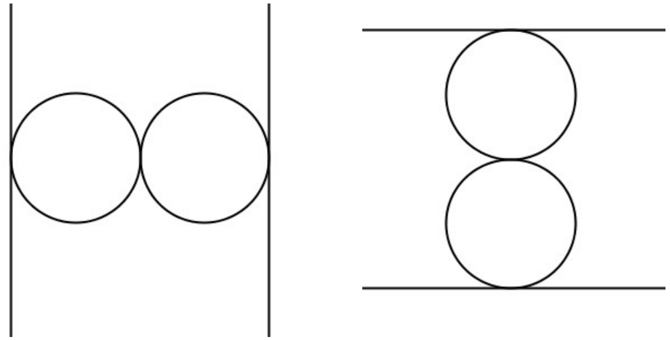


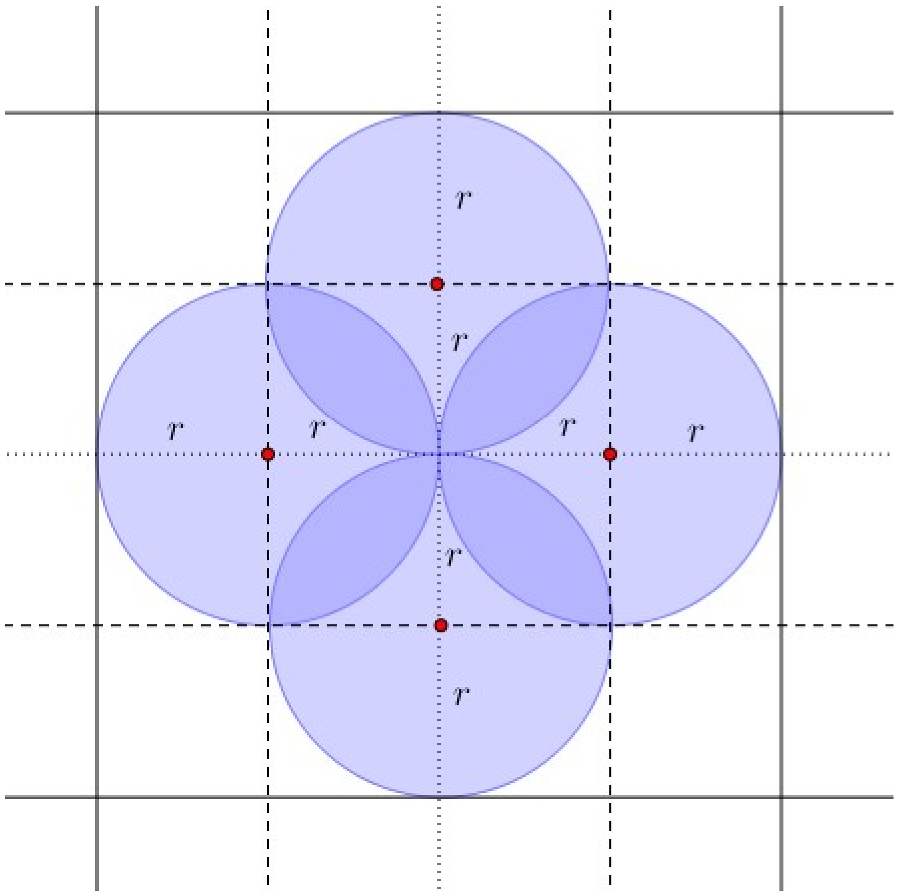
I si tirem la moneda sobre una quadrícula en la qual (en un sentit i altre) la separació entre línies consecutives és de dues vegades el diàmetre de la moneda...

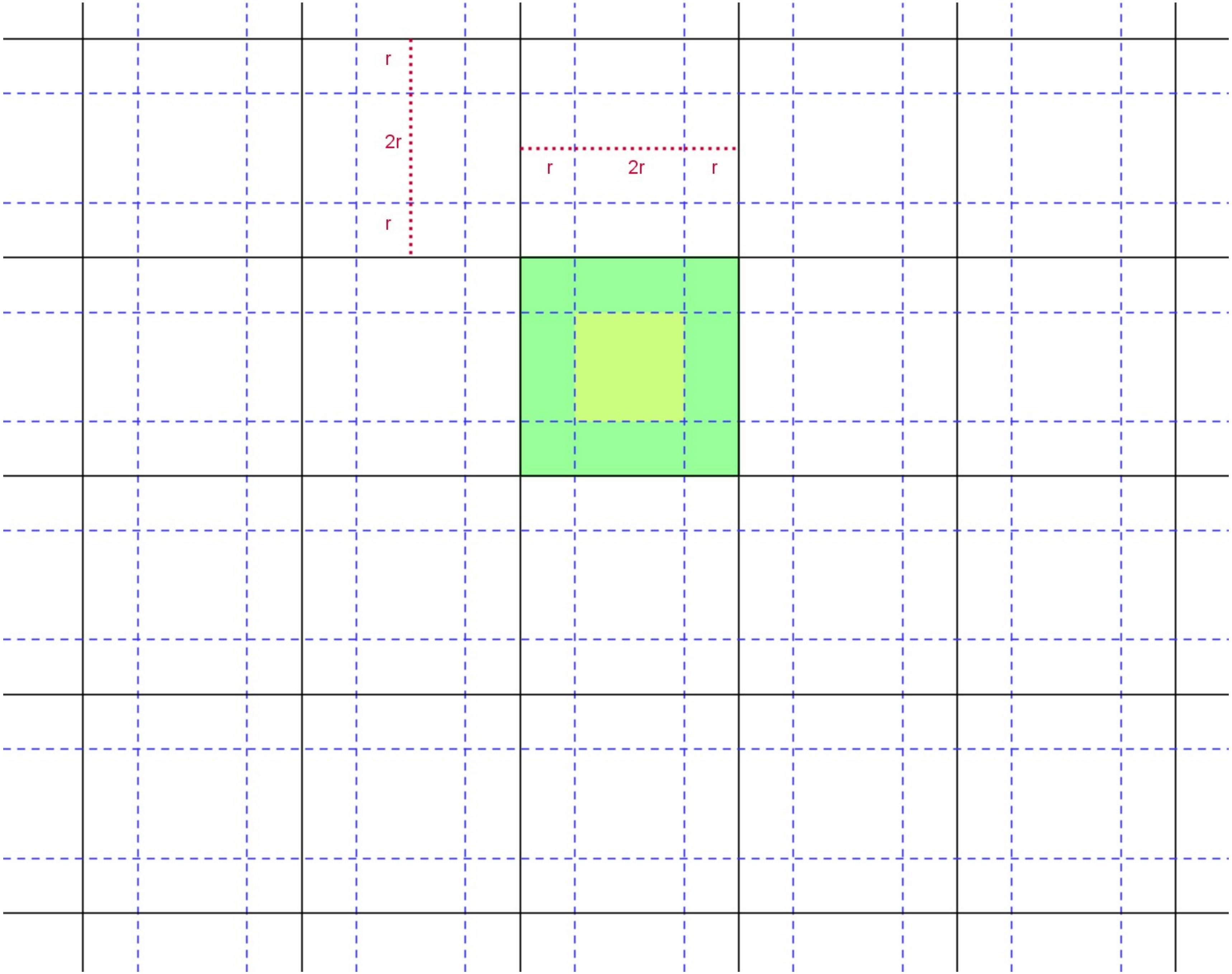
...Quina és la probabilitat de tocar una línia?

...I la probabilitat de no tocar cap línia?

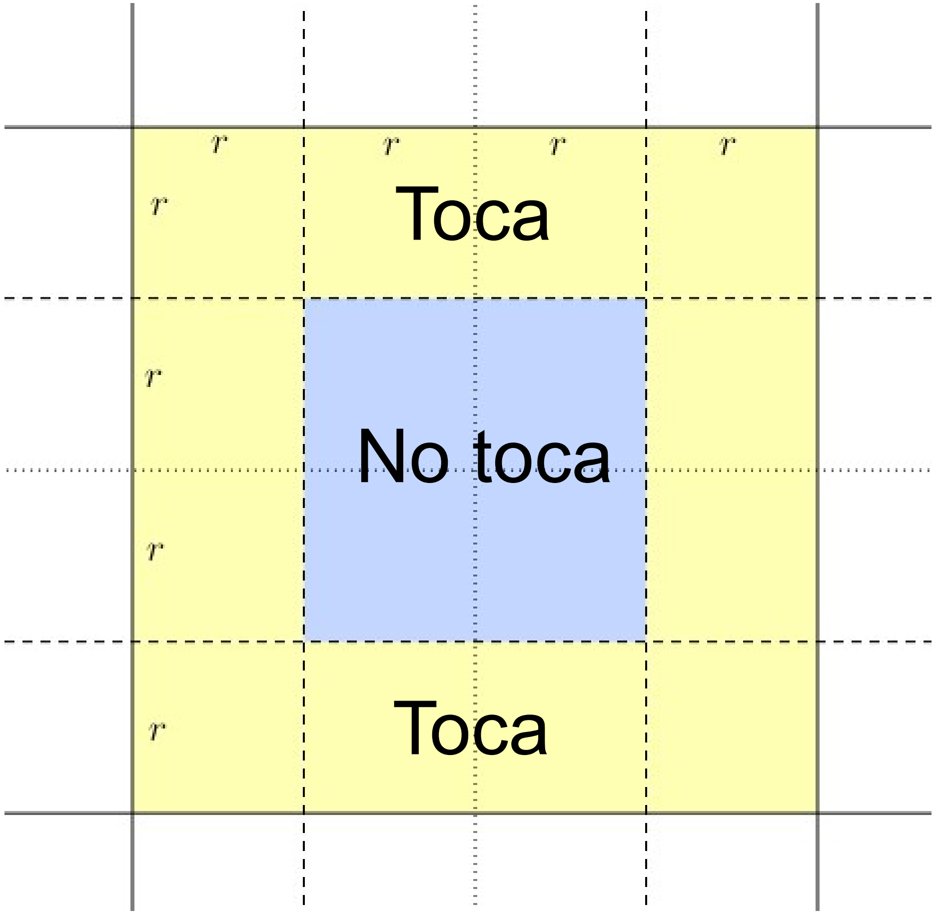




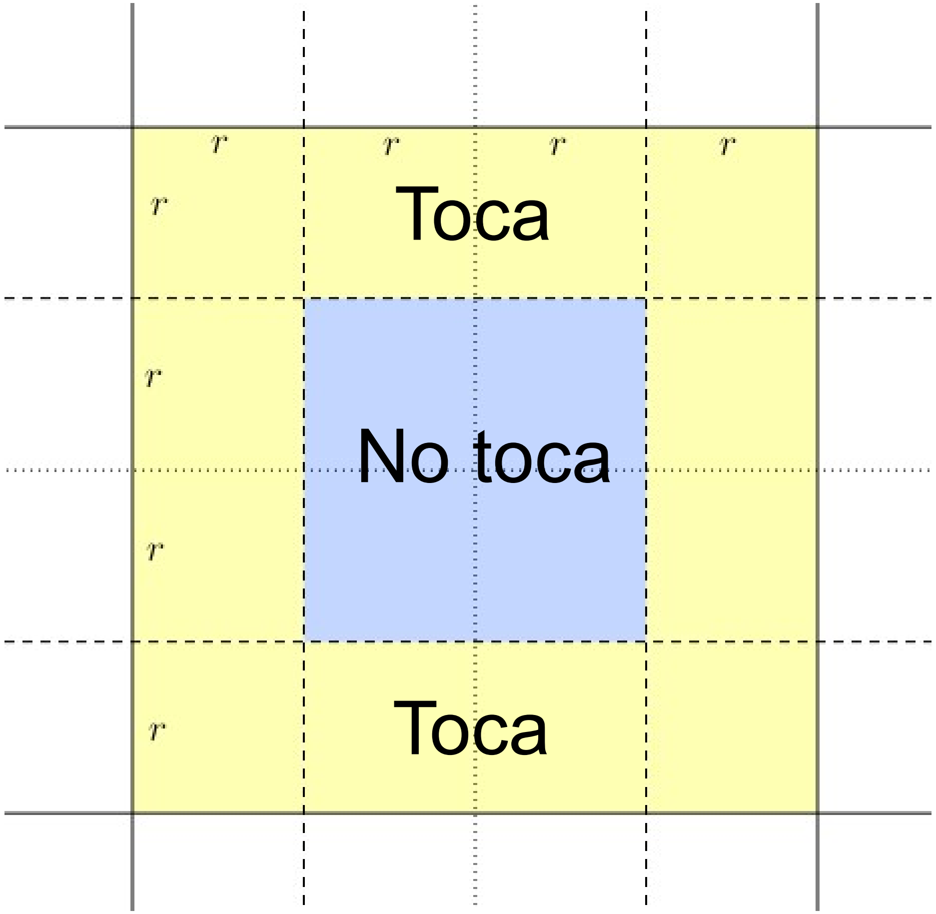

r
r
r
r
r
r
r
r


r
2r
r
r
2r
r

Segons on caigui el centre de la moneda, tocarà alguna línia o no en tocarà cap...



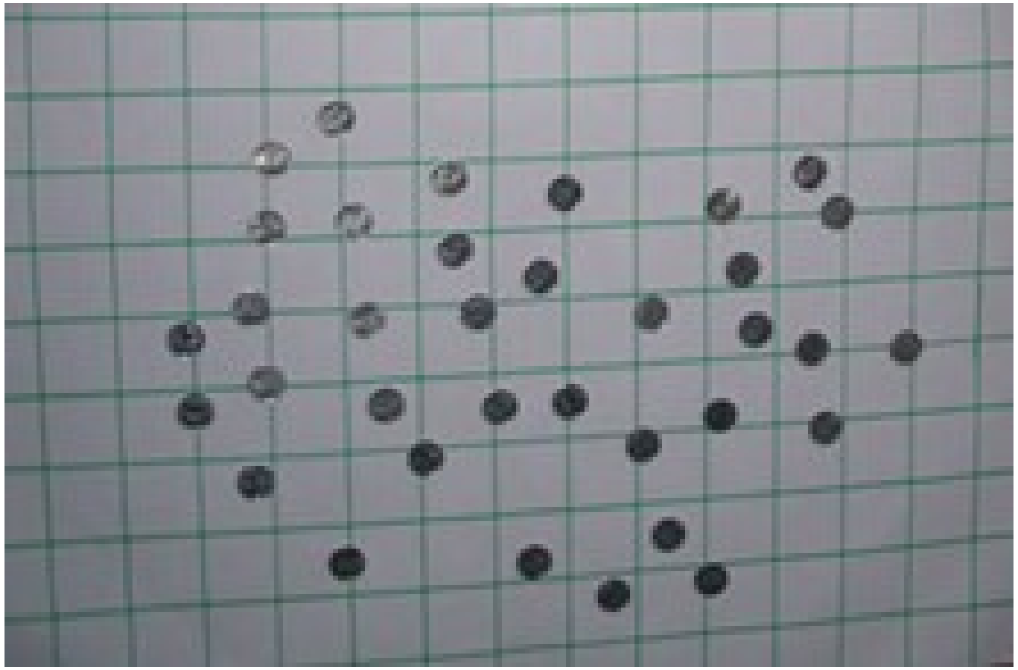
Sobre 16 quadres en total, la regió «Toca» en té 12 i la regió «No toca» en té 4. Així...



$$p(Tocar) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$p(No\ tocar) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Quins resultats hem trobat fent l'experiment i aproximant la probabilitat de no tocar (tocar) pel nombre de tirades que no han tocat (o que han tocat) dividit entre el nombre total de tirades?

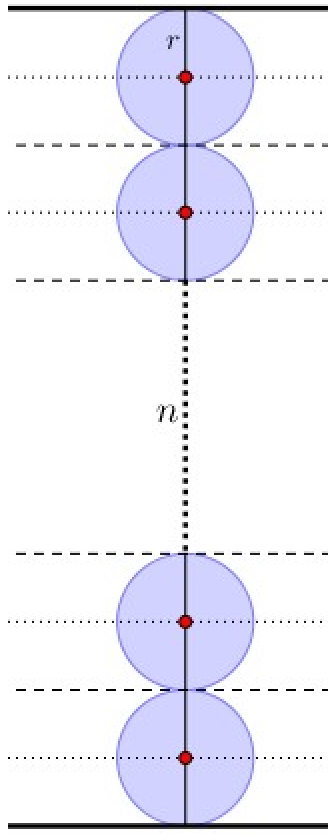


Algunes generalitzacions en forma de problemes per pensar...

«*Estudiar matemàtiques no ha de ser res més que pensar en la solució de problemes.*»

Lluís A. Santaló (1985)

Algunes generalitzacions en forma de problemes per pensar...

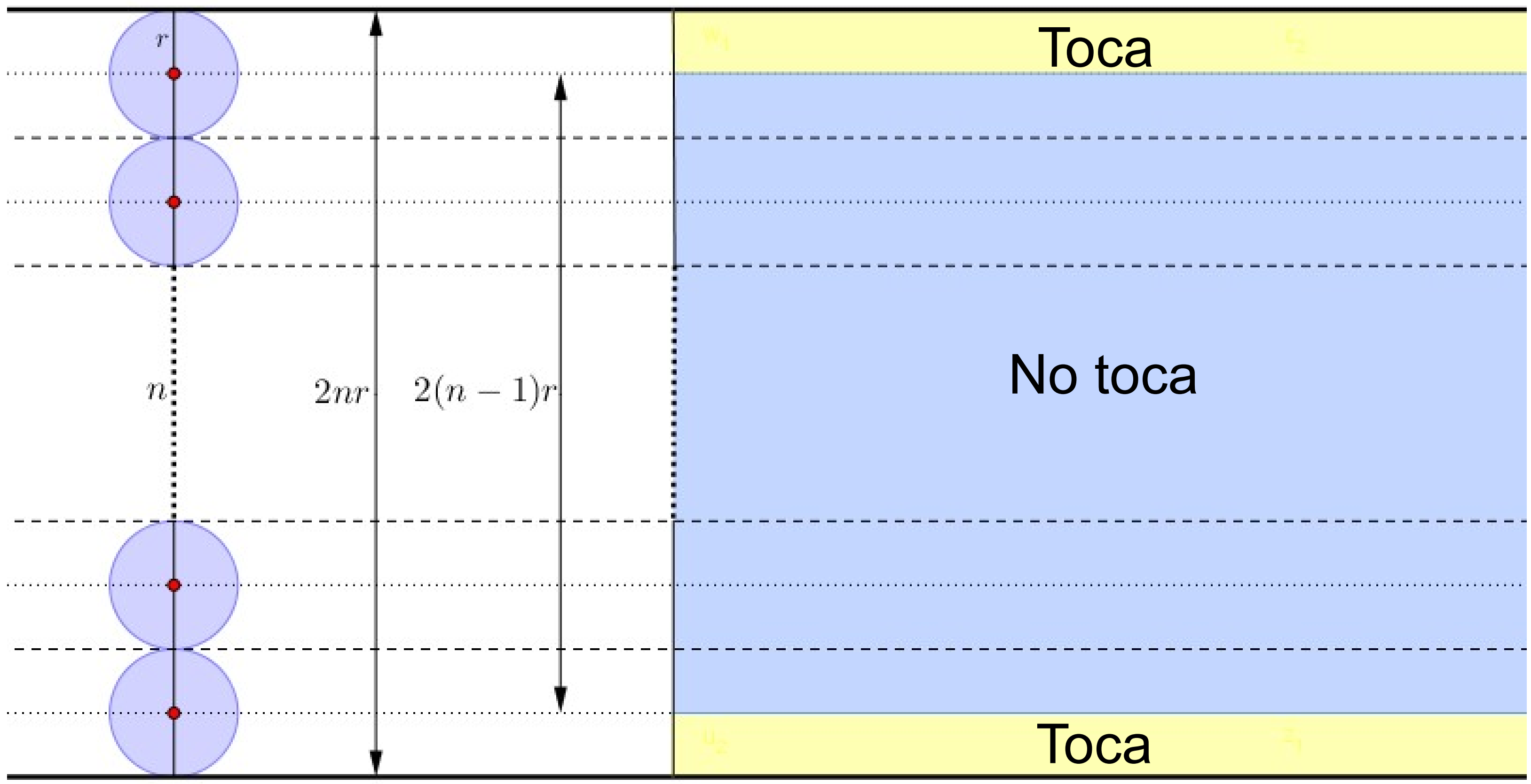


En una plantilla amb rectes paral·leles separades una amplada igual a n vegades el diàmetre de les monedes, quina és la probabilitat que, en tirar una moneda, no toqui cap línia?

Vaig conèixer aquestes idees d'ampliació, per alguns casos particulars, en un taller sobre probabilitats del grup *matgi*.

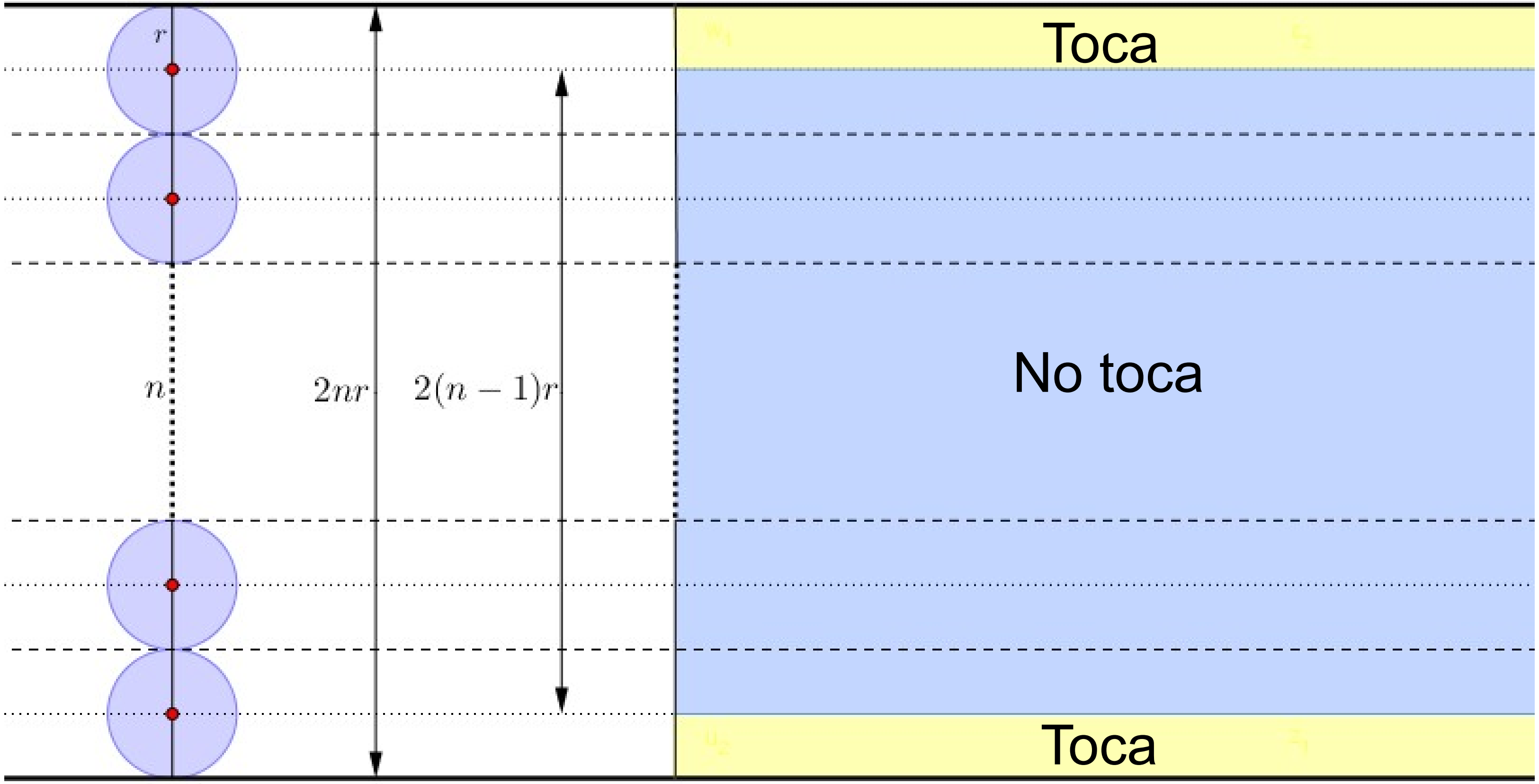
Segons la posició del centre

de la moneda...



Segons la posició del centre

de la moneda...



$$p(No\ tocar) = \frac{2(n-1)r}{2nr} = \frac{n-1}{n}$$

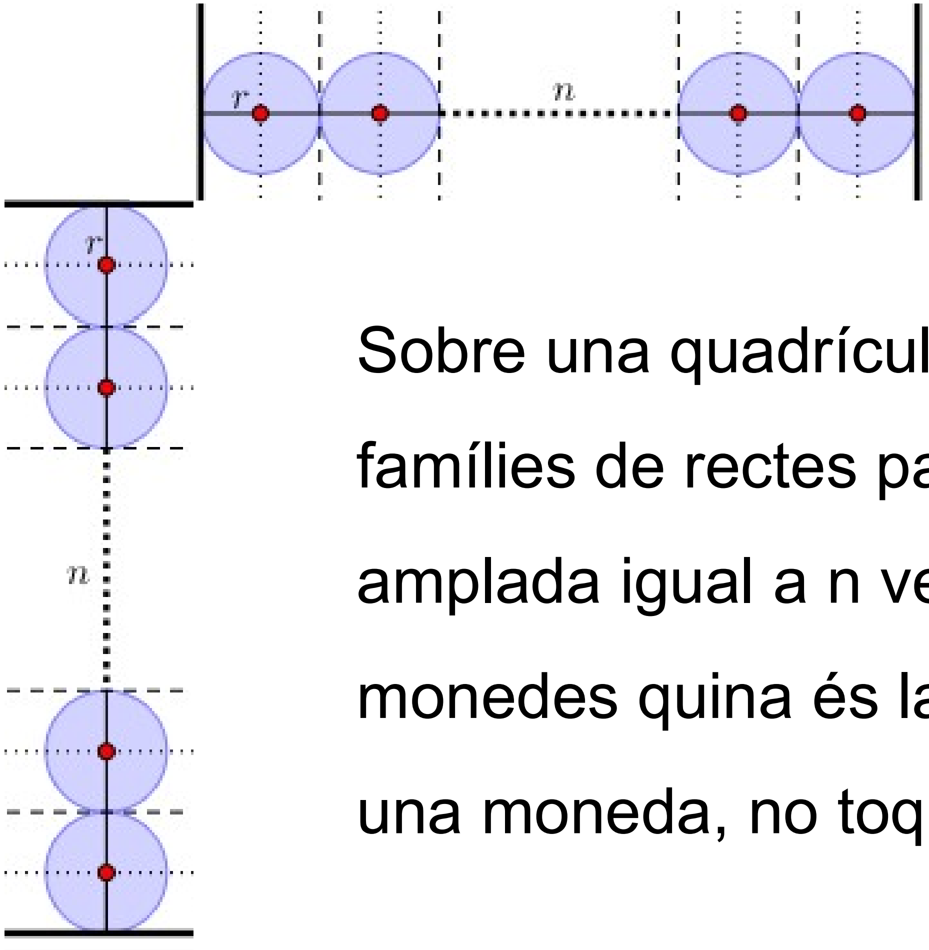
Observem dos casos particulars on la fórmula també és vàlida...

Per a n=1 (una moneda de separació), sempre toca, la probabilitat de no tocar és 0.

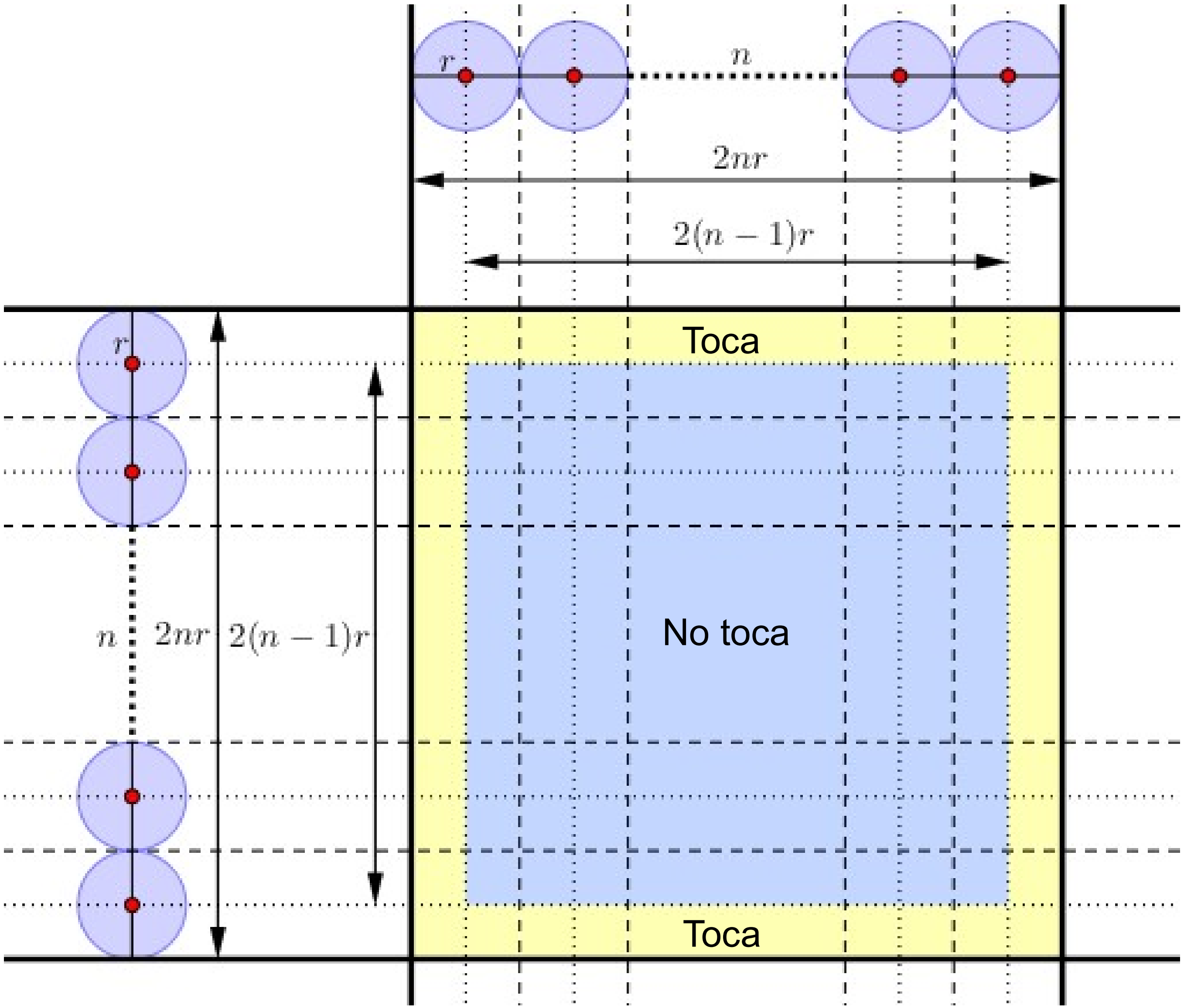
Per a n=2 (dues monedes de separació), el cas que hem vist abans, la probabilitat de no tocar és 0,5.

$$p(No\ tocar) = \frac{2(n-1)r}{2nr} = \frac{n-1}{n}$$

Algunes generalitzacions en forma de problemes per pensar...



Sobre una quadrícula formada per dues famílies de rectes paral·leles separades una amplada igual a n vegades el diàmetre de les monedes quina és la probabilitat que, en tirar una moneda, no toqui cap línia?



$$p(No\ tocar) = \frac{2^2(n-1)^2r^2}{2^2n^2r^2} = \frac{(n-1)^2}{n^2}$$

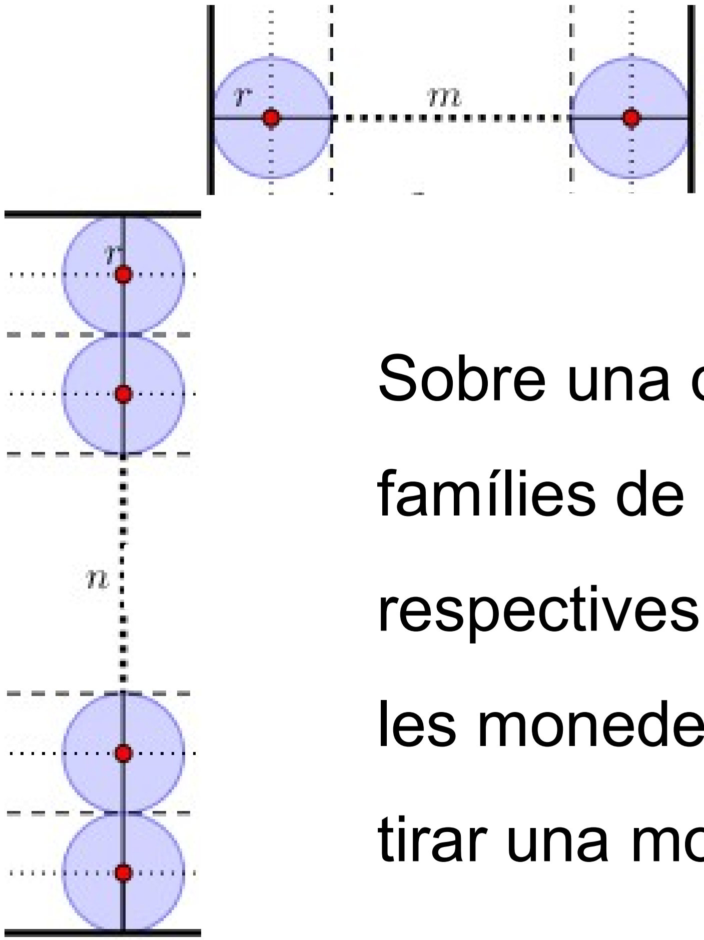
Observem dos casos particulars on la fórmula també és vàlida...

Per a n=1 (una moneda de separació), sempre toca, la probabilitat de no tocar és 0.

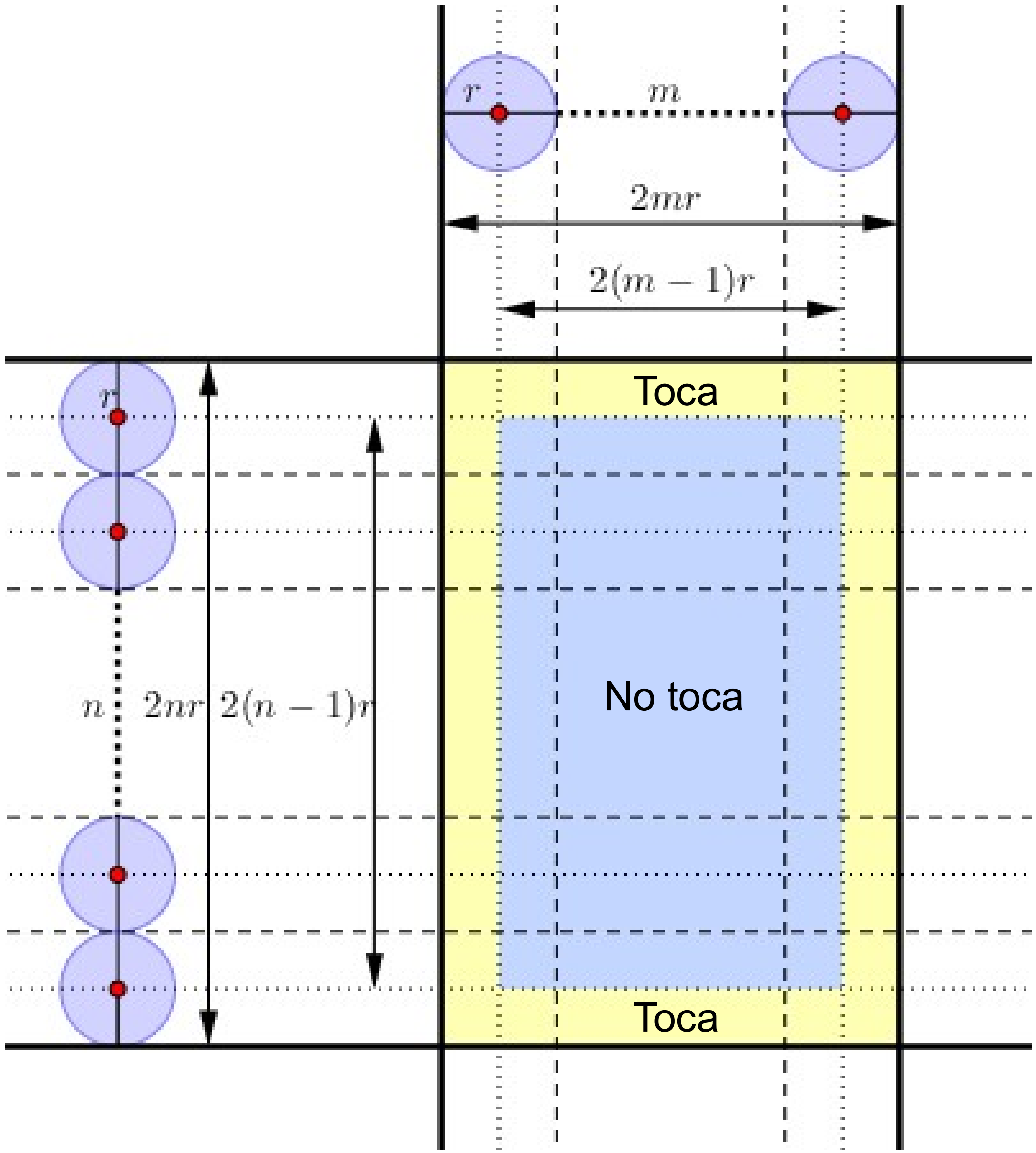
Per a n=2 (dues monedes de separació), el cas que hem vist abans, la probabilitat de no tocar és 0,25.

$$p(No\ tocar) = \frac{2^2(n-1)^2 r^2}{2^2 n^2 r^2} = \frac{(n-1)^2}{n^2}$$

Algunes generalitzacions en forma de problemes per pensar...



Sobre una quadrícula formada per dues famílies de rectes paral·leles (amb separacions respectives de n i de m vegades el diàmetre de les monedes), quina és la probabilitat que, en tirar una moneda, no toqui cap línia?

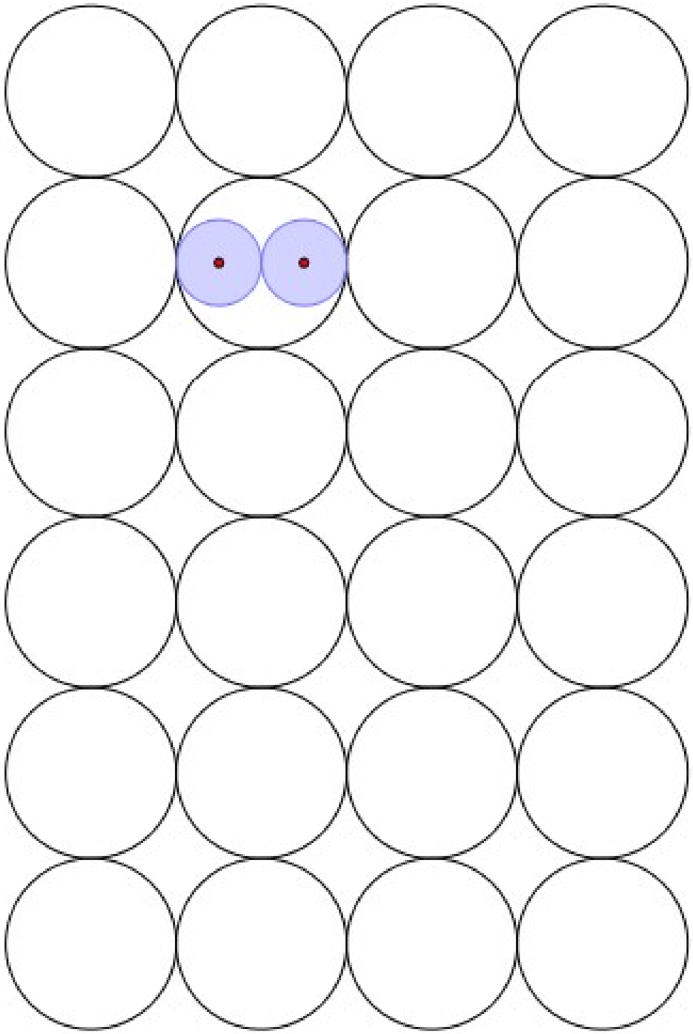


$$p(No\ tocar) = \frac{2^2(n-1)(m-1)r^2}{2^2 nmr^2} = \frac{(n-1)(m-1)}{nm}$$

Observis que aquest cas generalitza tots els anteriors, fins i tot els corresponents a plantilles amb una sola família de rectes paral·leles, n'hi ha prou en fer el límit quan m tendeix a infinit.

$$p(No\ tocar) = \frac{2^2(n-1)(m-1)r^2}{2^2 nmr^2} = \frac{(n-1)(m-1)}{nm}$$

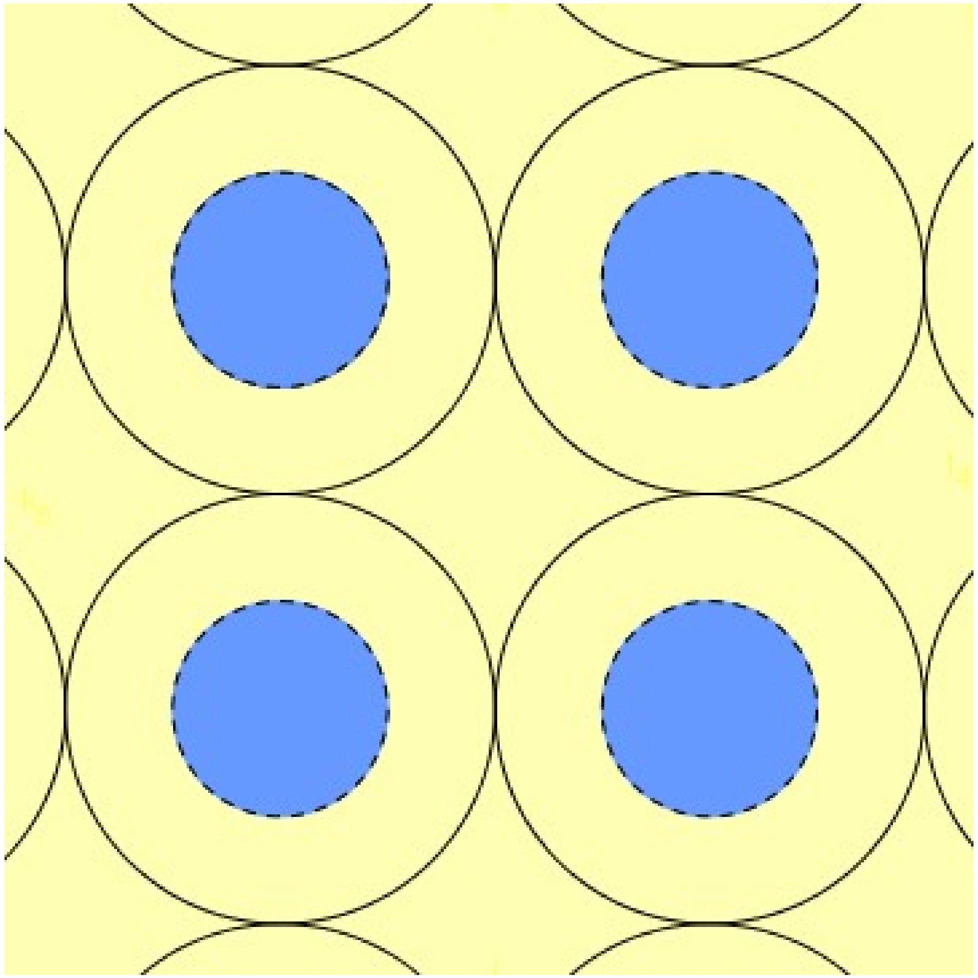
Algunes generalitzacions en forma de problemes per pensar...



En una plantilla amb un conjunt de circumferències tangents, situades en files i columnes, amb diàmetre igual a dues vegades el diàmetre de les monedes, quina és la probabilitat que, en tirar una moneda, no toqui cap línia?

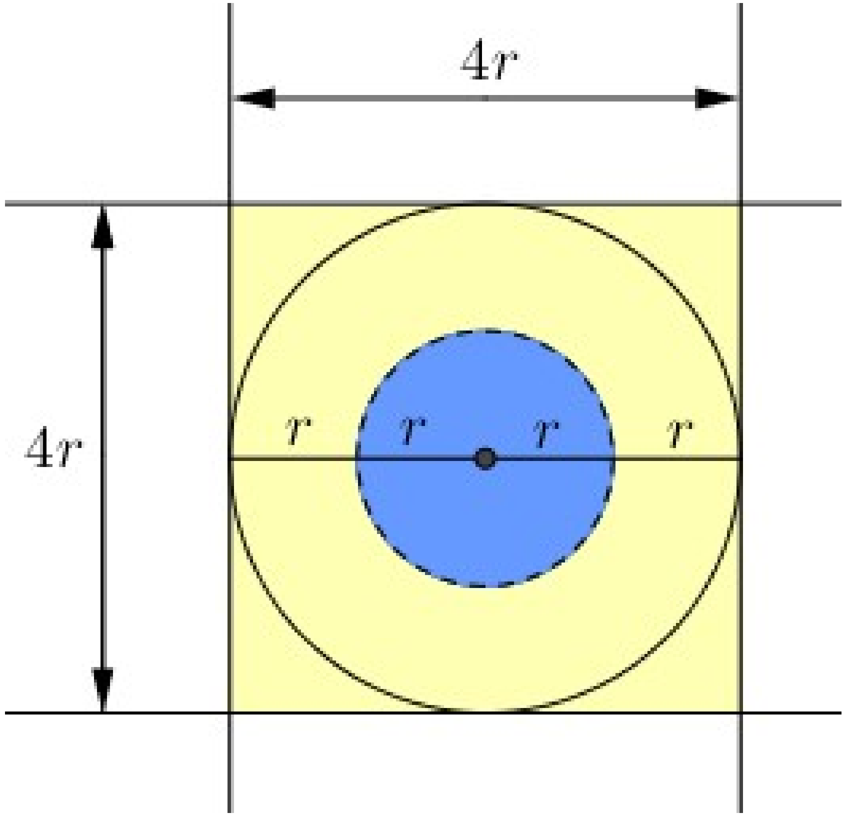
Vaig conèixer aquesta idea gràcies al professor Juan Mesa.

Segons on caigui el centre de la moneda...



...tocarà els cercles

...no tocarà els cercles

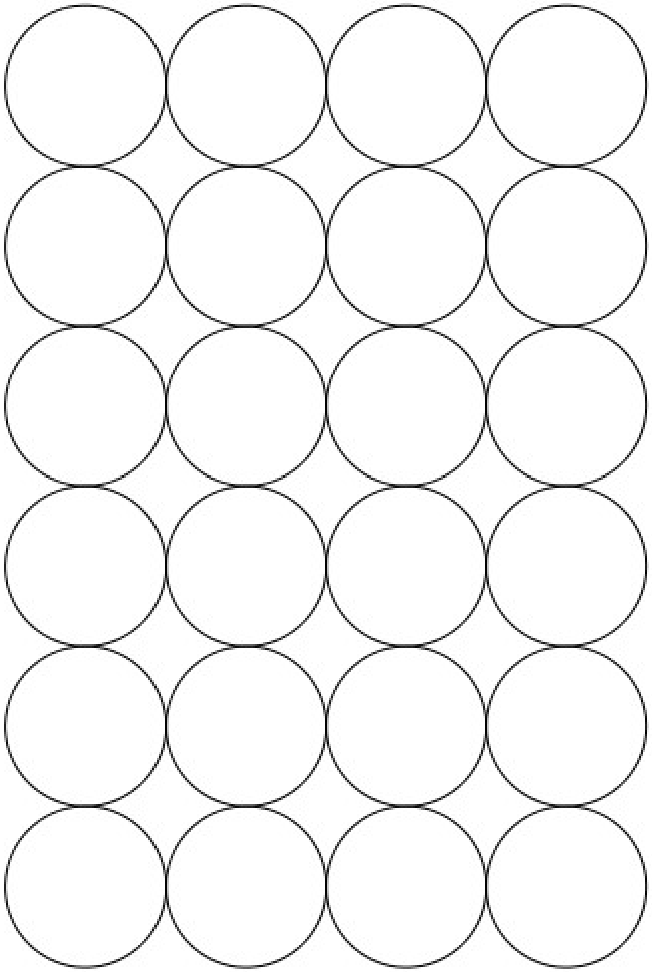


Àrea de la zona (groc): $16r^2$

Àrea de la zona (blau): πr^2

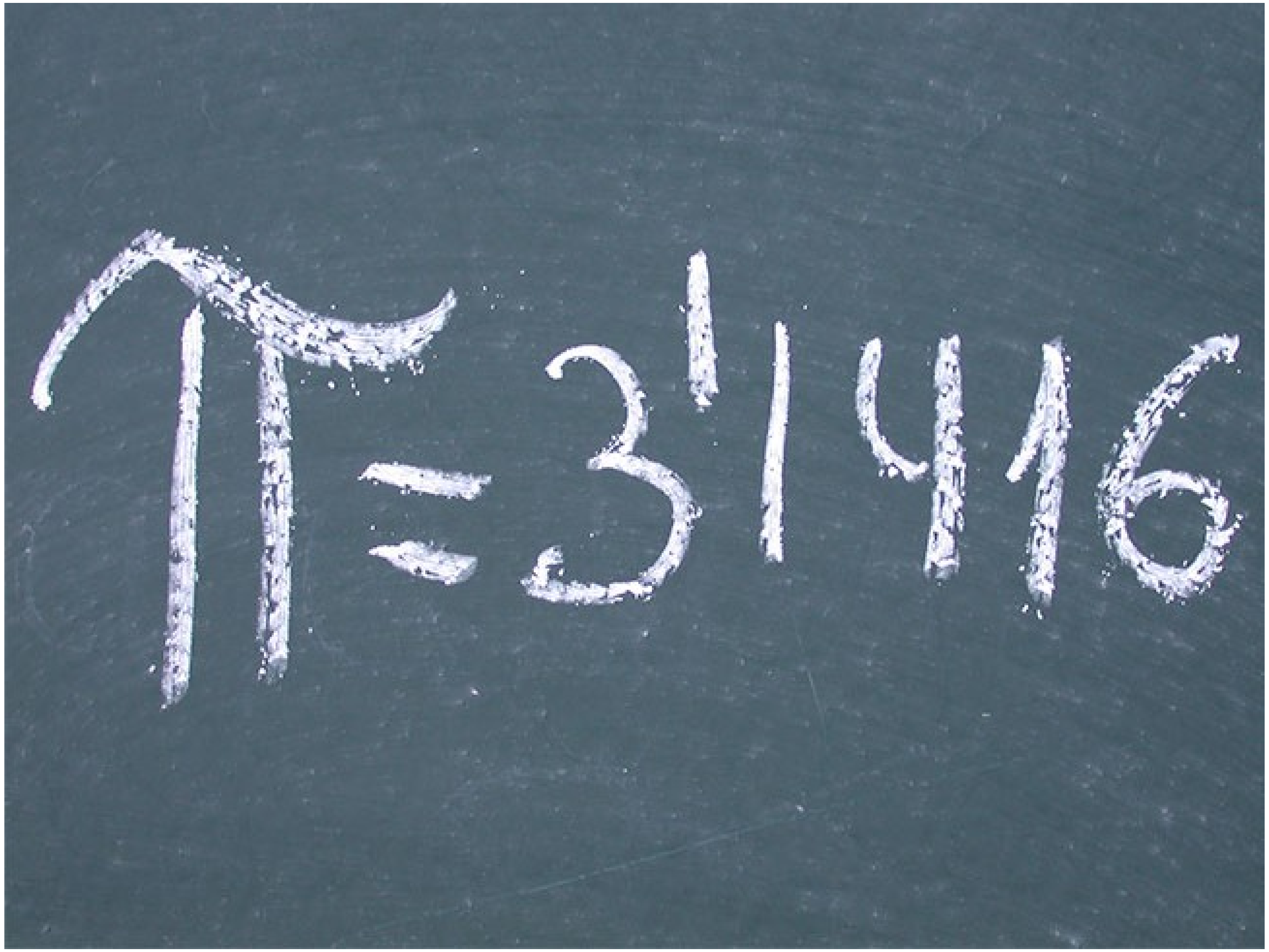
$$p(No\ tocar) = \frac{\pi r^2}{16r^2} = \frac{\pi}{16}$$

$$p(No\ tocar) = \frac{\pi}{16}$$



En tirar 16 monedes sobre aquesta plantilla, a la llarga, de mitjana, n'hi haurà π que no tocaran cap circumferència.

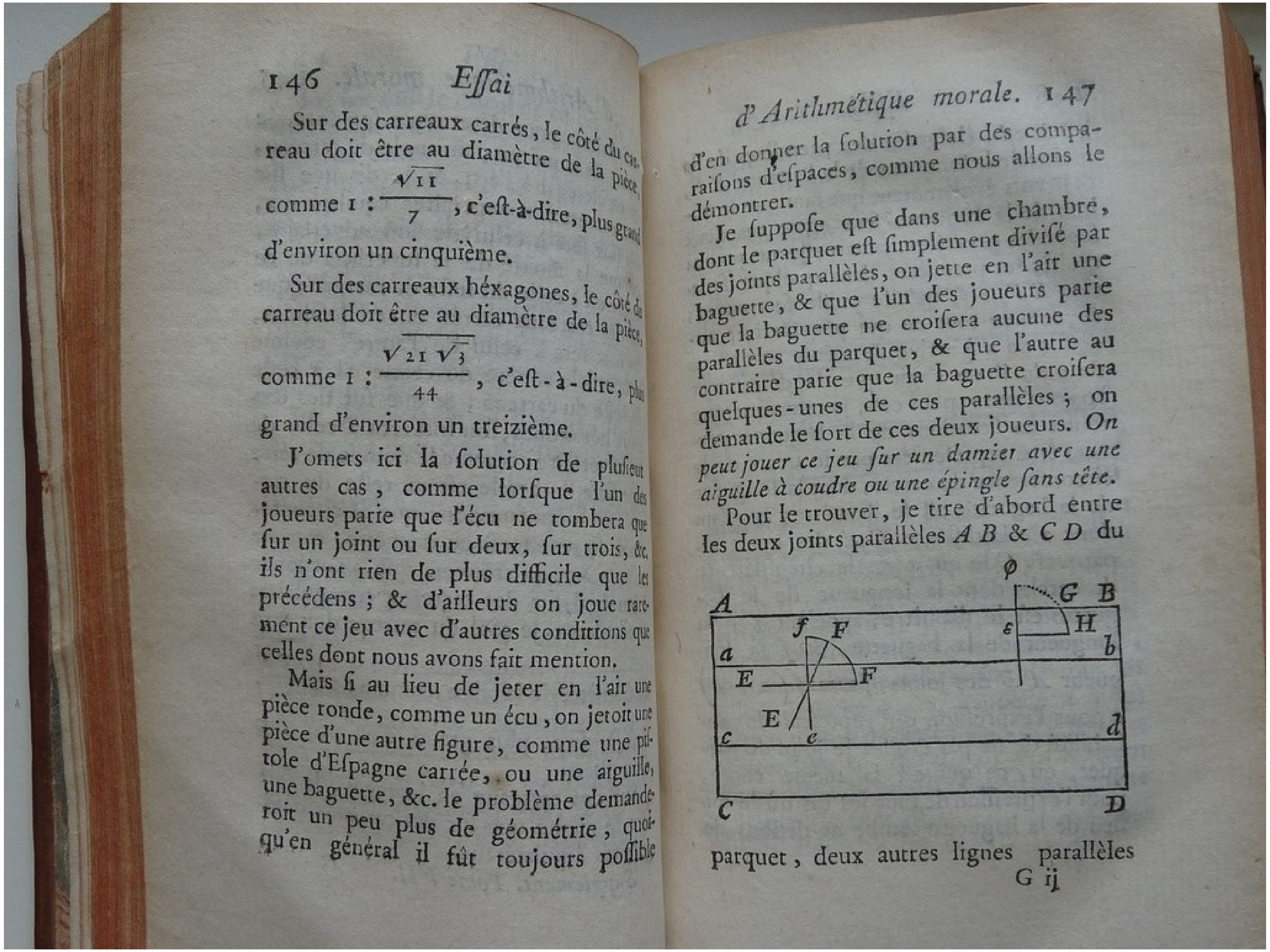
Pot ser un procediment per calcular una aproximació de π.


π=3'1416

Quina aproximació de π hem obtingut en el nostre experiment de l'entrada?

Ara tirem paletes!

L'agulla de Buffon



146 Eſſai

Sur des carreaux carrés, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme 1 : $\frac{\sqrt{11}}{7}$, c'eſt-à-dire, plus grand d'environ un cinquième.

Sur des carreaux héxagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme 1 : $\frac{\sqrt{21\sqrt{3}}}{44}$, c'eſt-à-dire, plus grand d'environ un treizième.

J'omets ici la ſolution de pluſieurs autres cas, comme lorſque l'un des joueurs parie que l'écu ne tombera que ſur un joint ou ſur deux, ſur trois, &c. ils n'ont rien de plus difficile que les précédens ; & d'ailleurs on joue rarement ce jeu avec d'autres conditions que celles dont nous avons fait mention.

Mais ſi au lieu de jeter en l'air une pièce ronde, comme un écu, on jetoit une pièce d'une autre figure, comme une piſtole d'Eſpagne carrée, ou une aiguille, une baguette, &c. le problème demanderoit un peu plus de géométrie, quoiqu'en général il fût toujours poſſible

d'Arithmétique morale. 147

d'en donner la ſolution par des comparaiſons d'eſpaces, comme nous allons le démontrer.

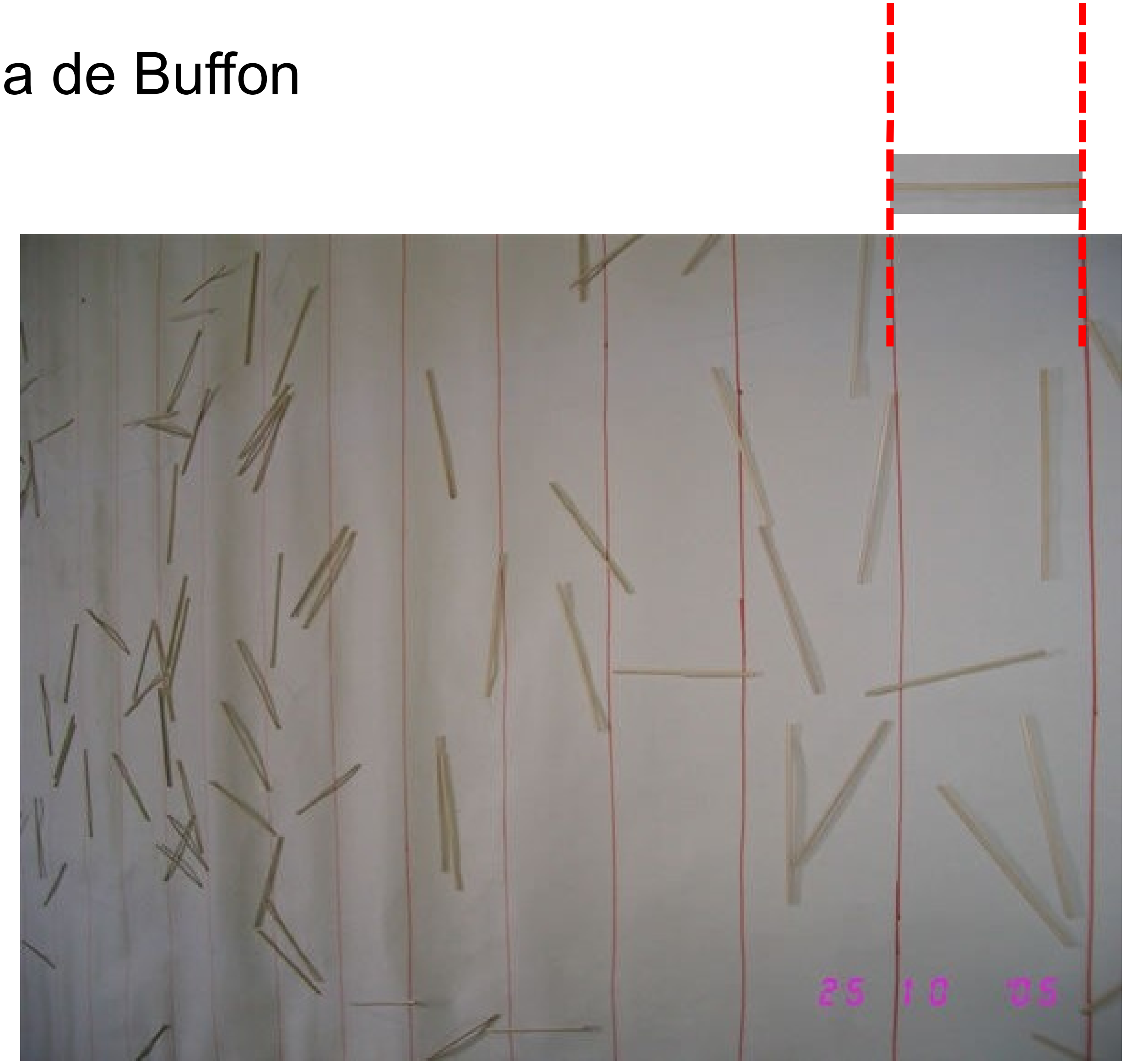
Je ſuppoſe que dans une chambre, dont le parquet eſt ſimplement diviſé par des joints parallèles, on jette en l'air une baguette, & que l'un des joueurs parie que la baguette ne croiſera aucune des parallèles du parquet, & que l'autre au contraire parie que la baguette croiſera quelques-unes de ces parallèles ; on demande le ſort de ces deux joueurs. *On peut jouer ce jeu ſur un damier avec une aiguille à coudre ou une épingle ſans tête.*

Pour le trouver, je tire d'abord entre les deux joints parallèles $A B$ & $C D$ du parquet, deux autres lignes parallèles

G ij

L'agulla de Buffon

L'agulla de Buffon



L’agulla de Buffon

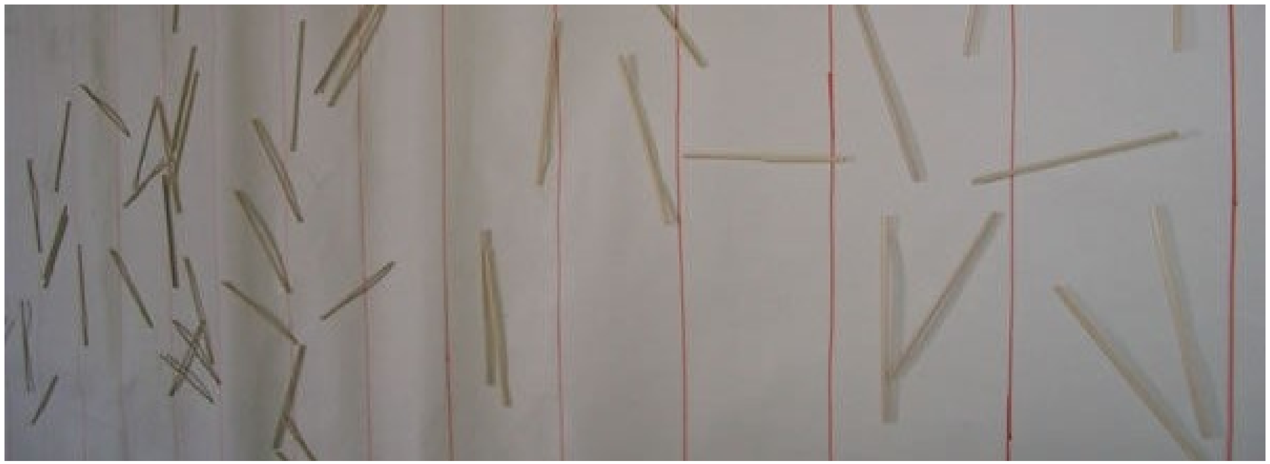
Quan la distància entre línies és igual a la longitud del pal la probabilitat que el pal toqui una línia és $\dfrac{2}{\pi}$

Si, fent T tirades, C estan en contacte amb una línia resultarà que:

$$\frac{C}{T} \approx \frac{2}{\pi}$$

Aïllant π tindrem: $\pi \approx \dfrac{2T}{C}$

Una bonica manera d'aproximar el valor de π .



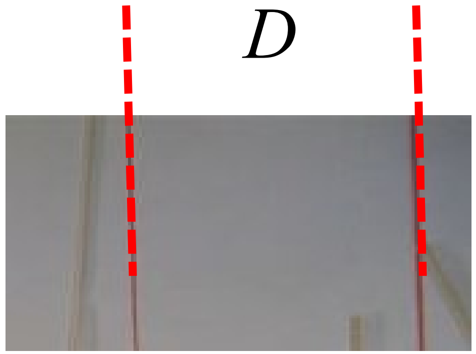
https://scratch.mit.edu/projects/19187875/#fullscreen

Ja és la tercera aproximació de π

Més general!

I si la longitud del pal (L) és més petita però no necessàriament igual a la distància entre ratlles (D)?

L



Llavors la probabilitat que el pal toqui una ratlla serà:

$$\frac{2L}{\pi D}$$

Ara imaginem-nos que tirem una agulla “poligonal”, com formada per agulles petites...