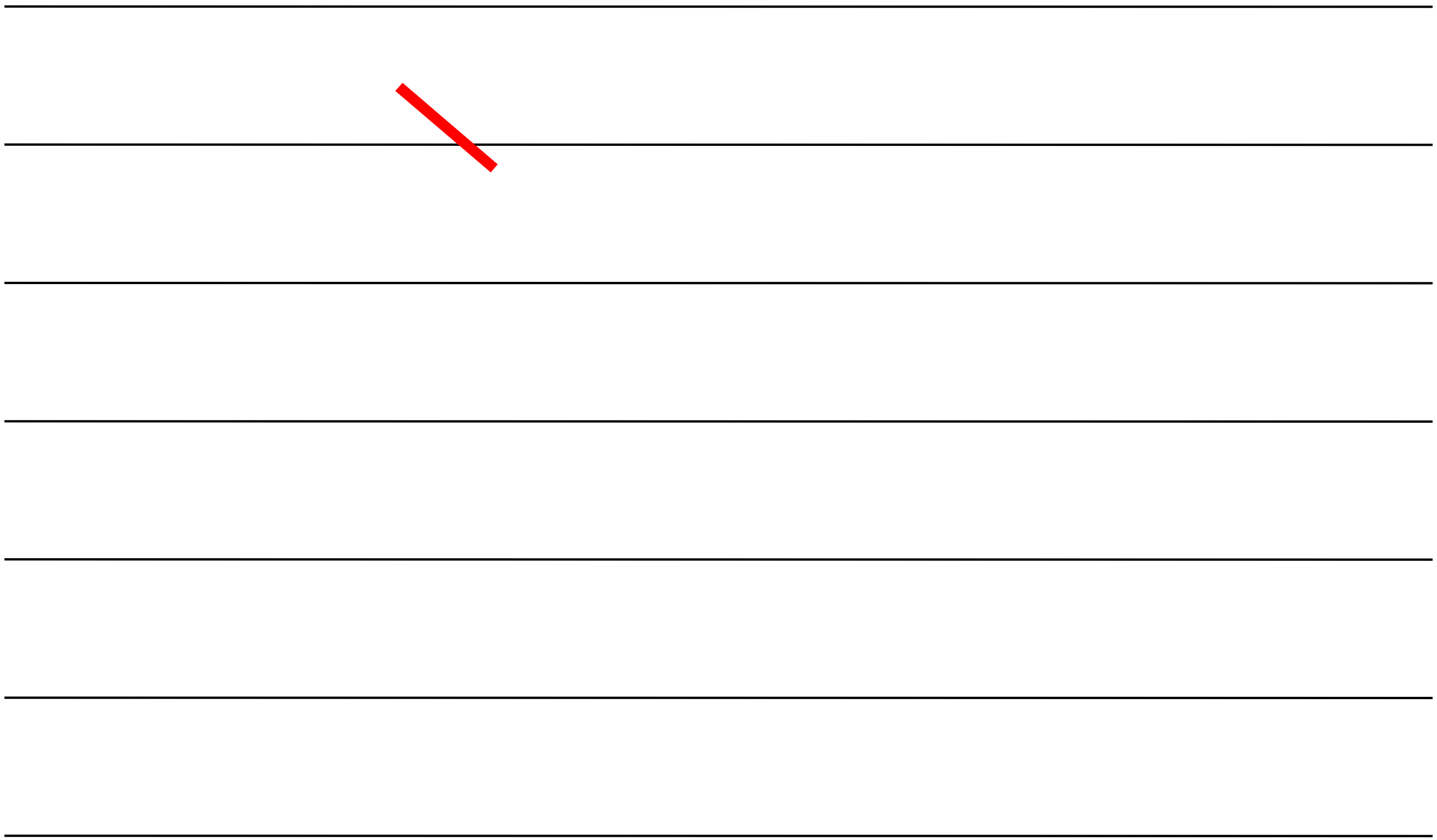
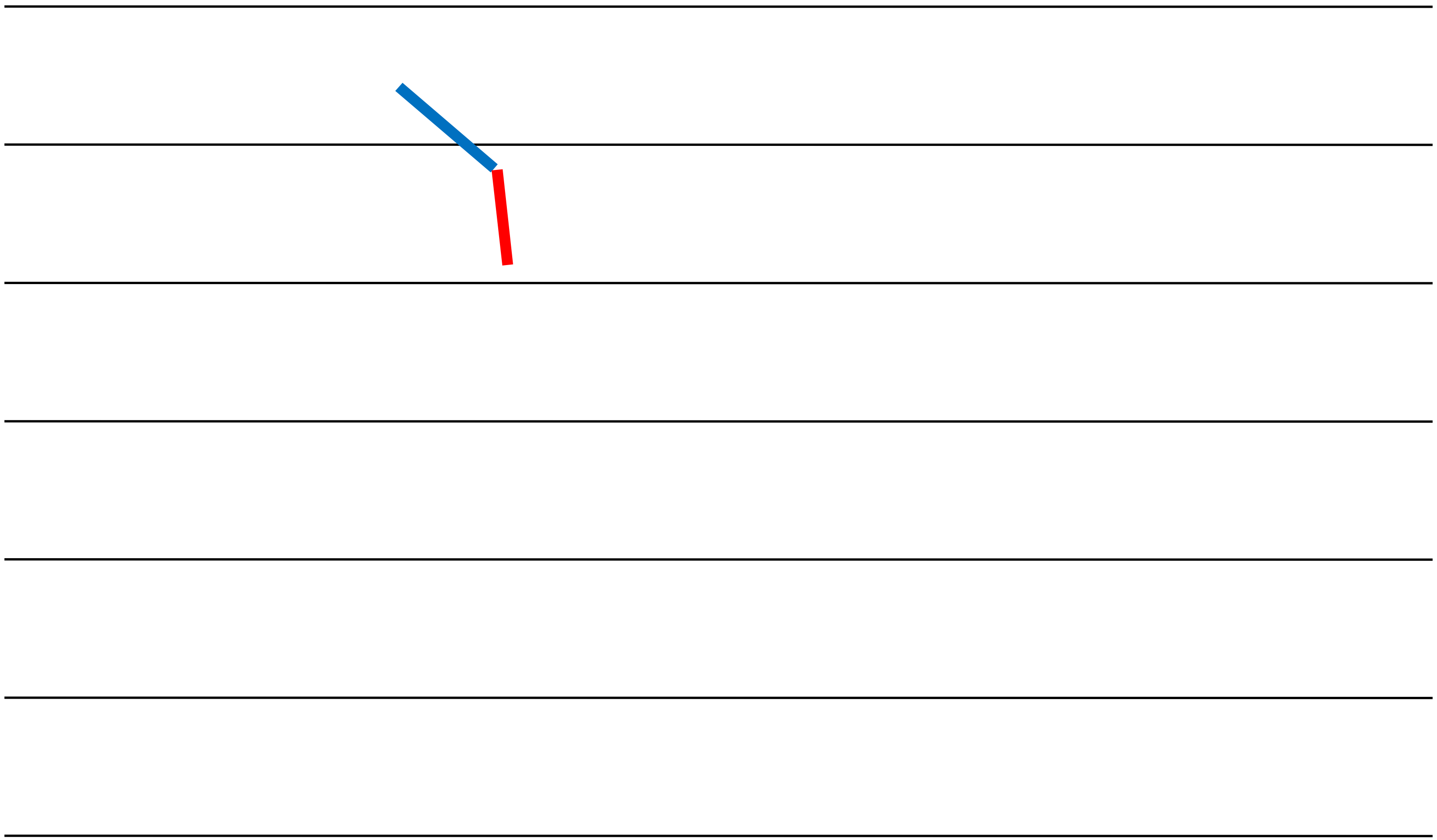
L’esperança matemàtica que un palet de longitud l_1 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_1}{\pi D}$



L'esperança matemàtica que un palet de longitud l_2 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_2}{\pi D}$



L'esperança matemàtica que un palet de longitud l_3 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_3}{\pi D}$

L'esperança matemàtica que un palet de longitud l_4 toqui una ratlla és de: $$\frac{2l_4}{\pi D}$$

L’esperança matemàtica que un palet de longitud l_5 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_5}{\pi D}$

L'esperança matemàtica que un palet de longitud l_6 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_6}{\pi D}$

L’esperança matemàtica que un palet de longitud l_7 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_7}{\pi D}$

L'esperança matemàtica que un palet de longitud l_8 toqui una ratlla és de: $\dfrac{2l_8}{\pi D}$

En quants punts podem esperar que la poligonal talli el tramat de rectes?

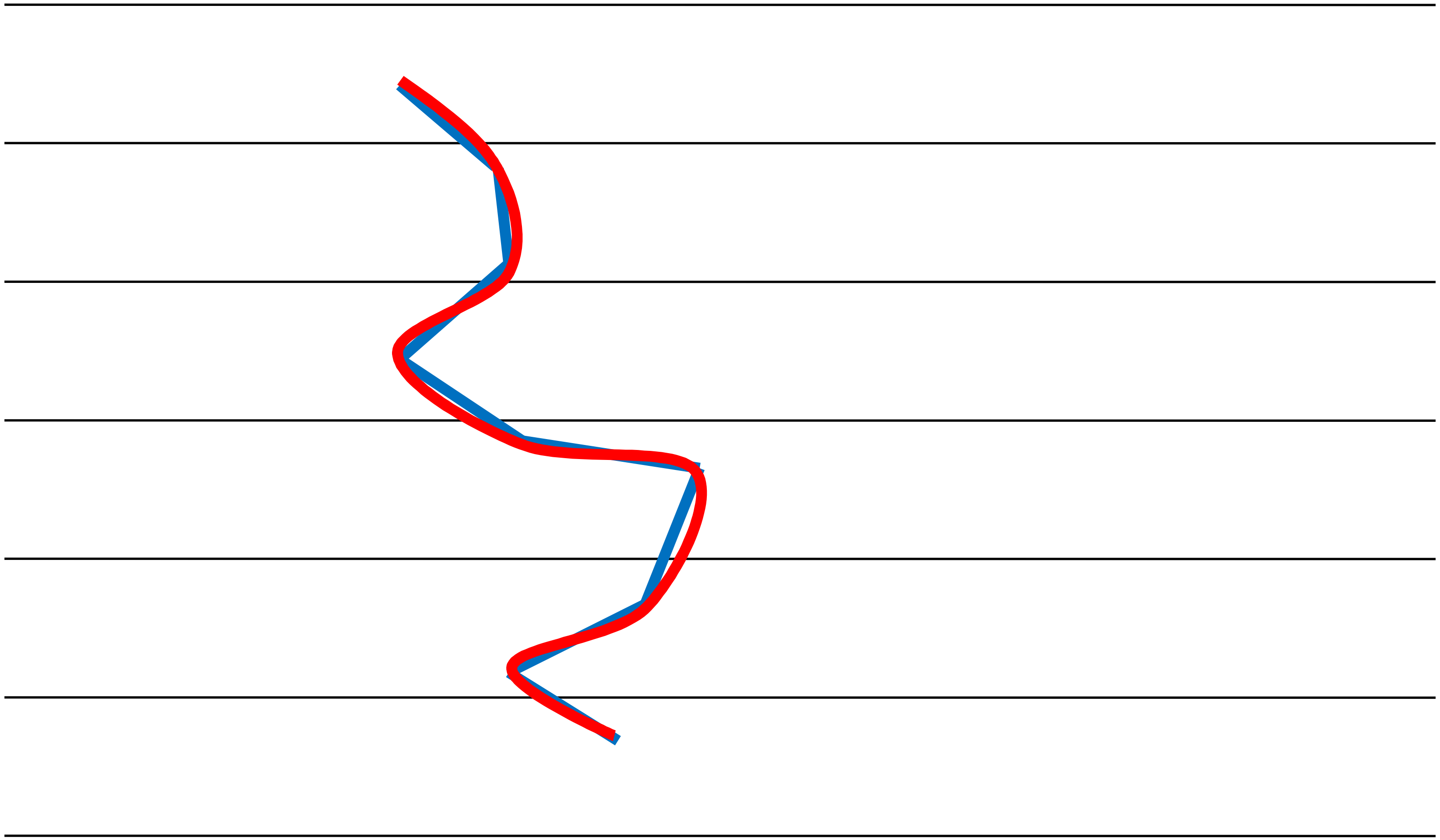
$$\frac{2l_1}{\pi D}+\frac{2l_2}{\pi D}+\frac{2l_3}{\pi D}+\frac{2l_4}{\pi D}+\frac{2l_5}{\pi D}+\frac{2l_6}{\pi D}+\frac{2l_7}{\pi D}+\frac{2l_8}{\pi D}$$

En quants punts podem esperar que la poligonal talli el tramat de rectes?

$$\frac{2\left(l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 + l_7 + l_8\right)}{\pi D}$$

Si la longitud total de la poligonal és L, podem esperar que talli el tramat en $\dfrac{2L}{\pi D}$ punts.

Si fem el mateix amb infinites agulles tan petites com vulguem tindrem una corba de longitud L i el nombre de talls esperat serà $\dfrac{2L}{\pi D}$



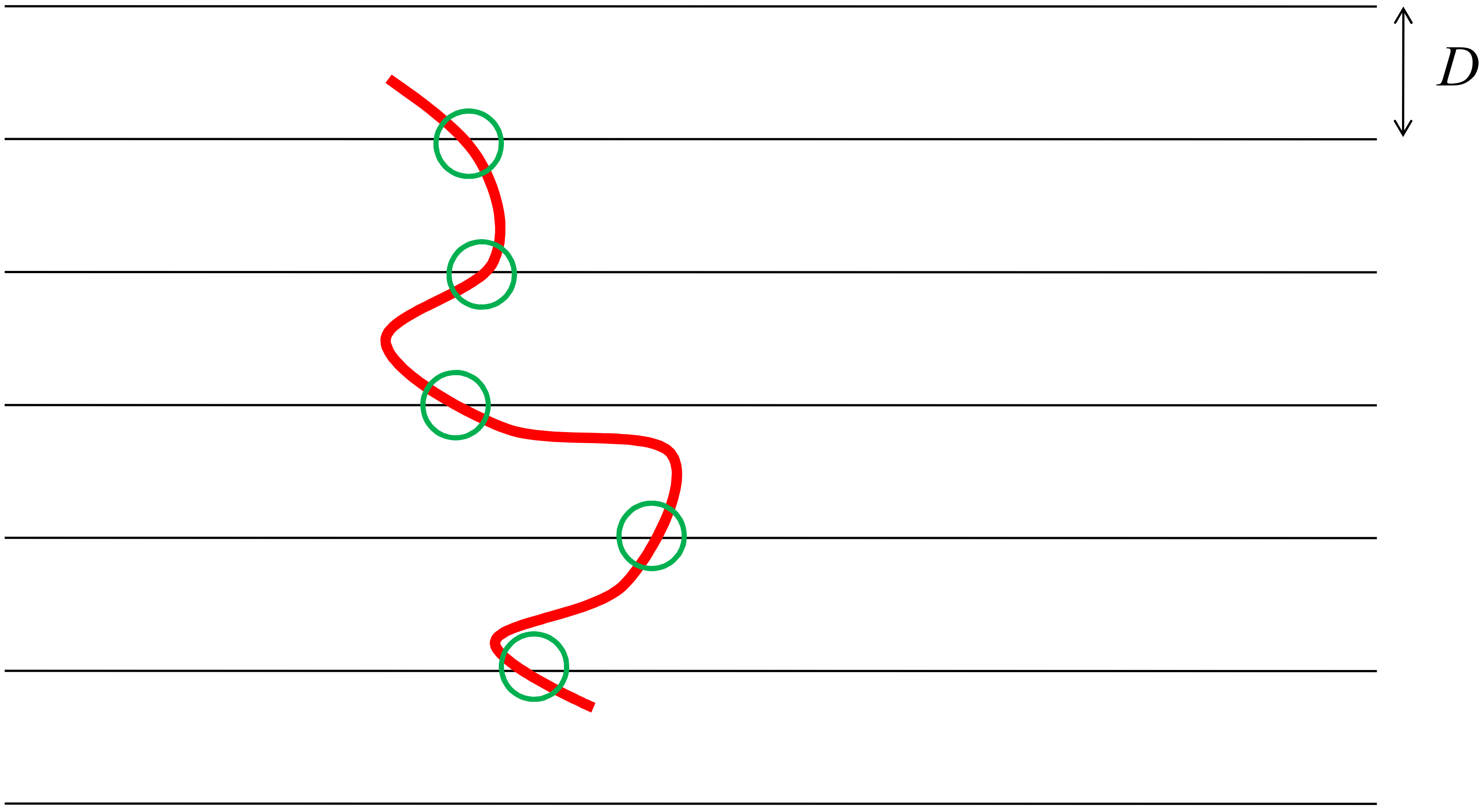
Si fem el mateix amb infinites agulles tan petites com vulguem tindrem que una corba de longitud L i el nombre de talls esperat serà $\dfrac{2L}{\pi D}$

Així

$$Talls \approx \frac{2L}{\pi D}$$

Comptant el nombre aproximat de talls podrem trobar la longitud d'una corba:

$$L \approx \frac{\pi \cdot D \cdot Talls}{2}$$



Pierre-Simon Laplace
(Beaumont-en-Auge 1749 - París, 1827)

“Així, es podria fer servir el càlcul de probabilitats per rectificar corbes (...)”

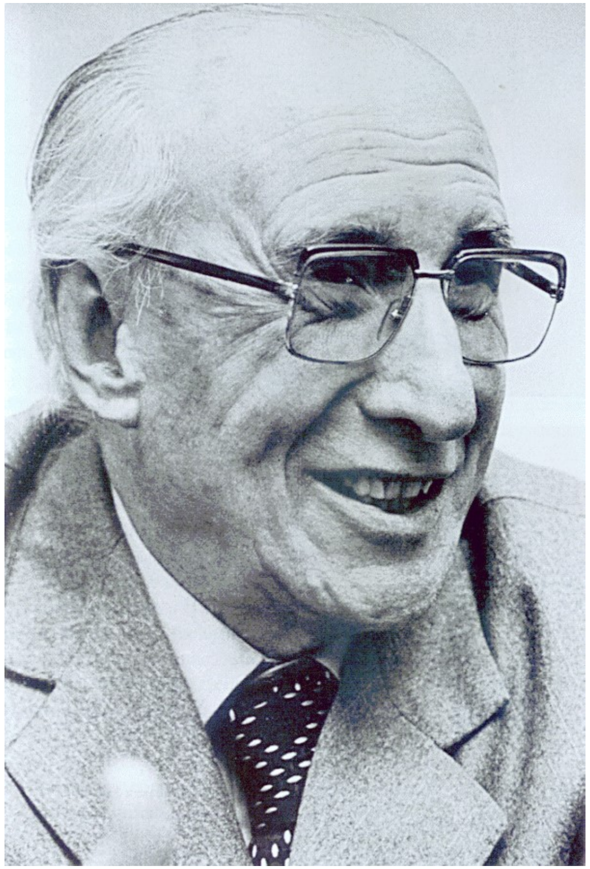
Mesurar la longitud de corbes

Pierre-Simon Laplace

(Beaumont-en-Auge 1749 - París, 1827)

“Així, es podria fer servir el càlcul de probabilitats per rectificar corbes (...) però sens dubte els geòmetres no empraran mai aquest mitjà”

Théorie Analytique des Probabilités, 1812



Lluís A. Santaló

“Malgrat tot Laplace s’equivocava. Aquestes fórmules s’han emprat sovint, un segle després de la seva afirmació per mesurar longituds de corbes (...)”

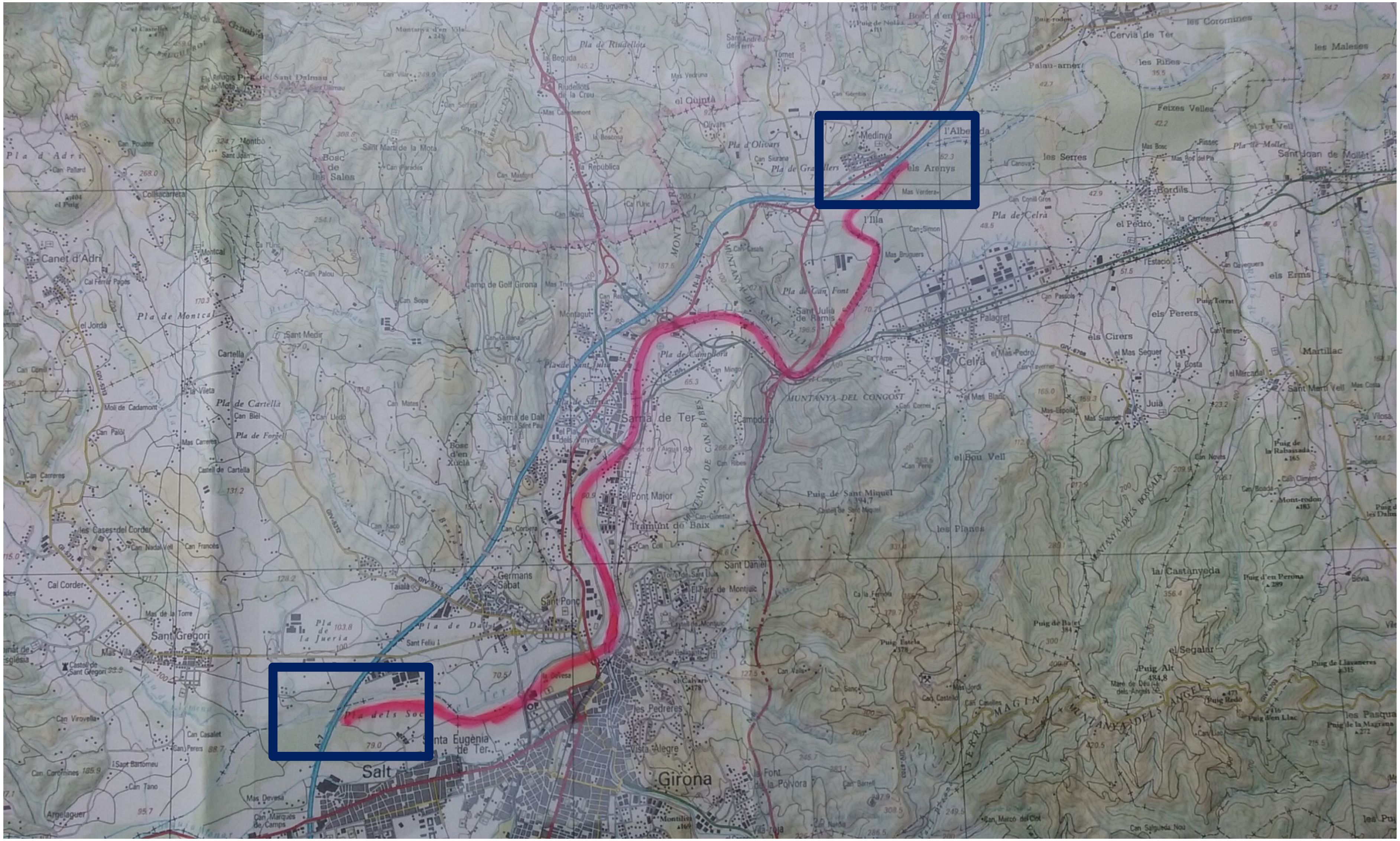
La matemàtica: una filosofia i una tècnica, 1993

Què podríem mesurar?

?

El riu Ter entre dos punts coneguts...

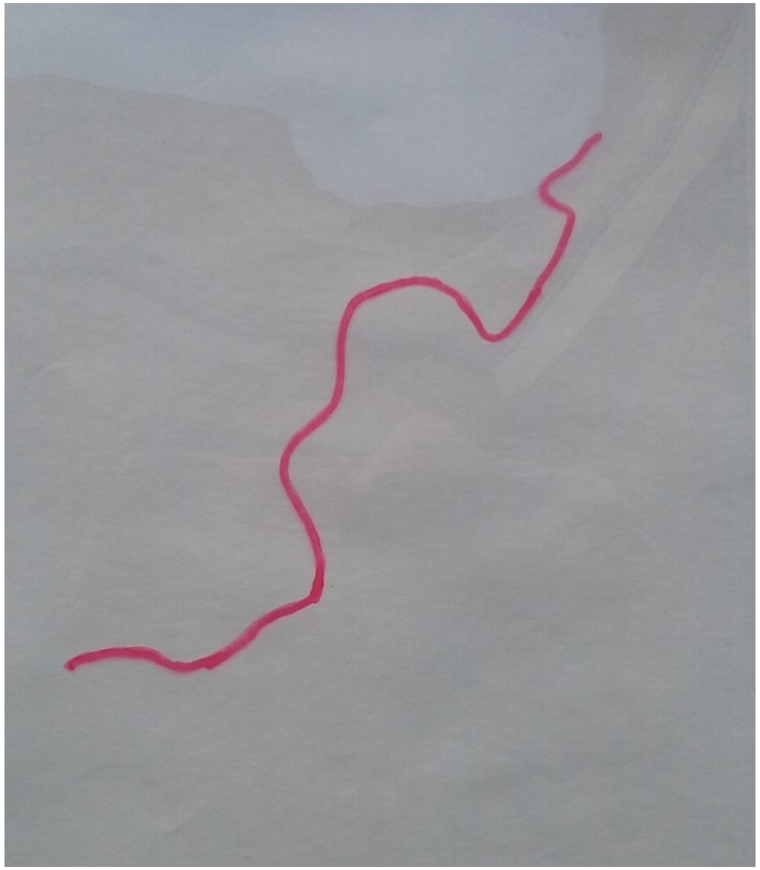
El riu Ter entre dos punts coneguts...



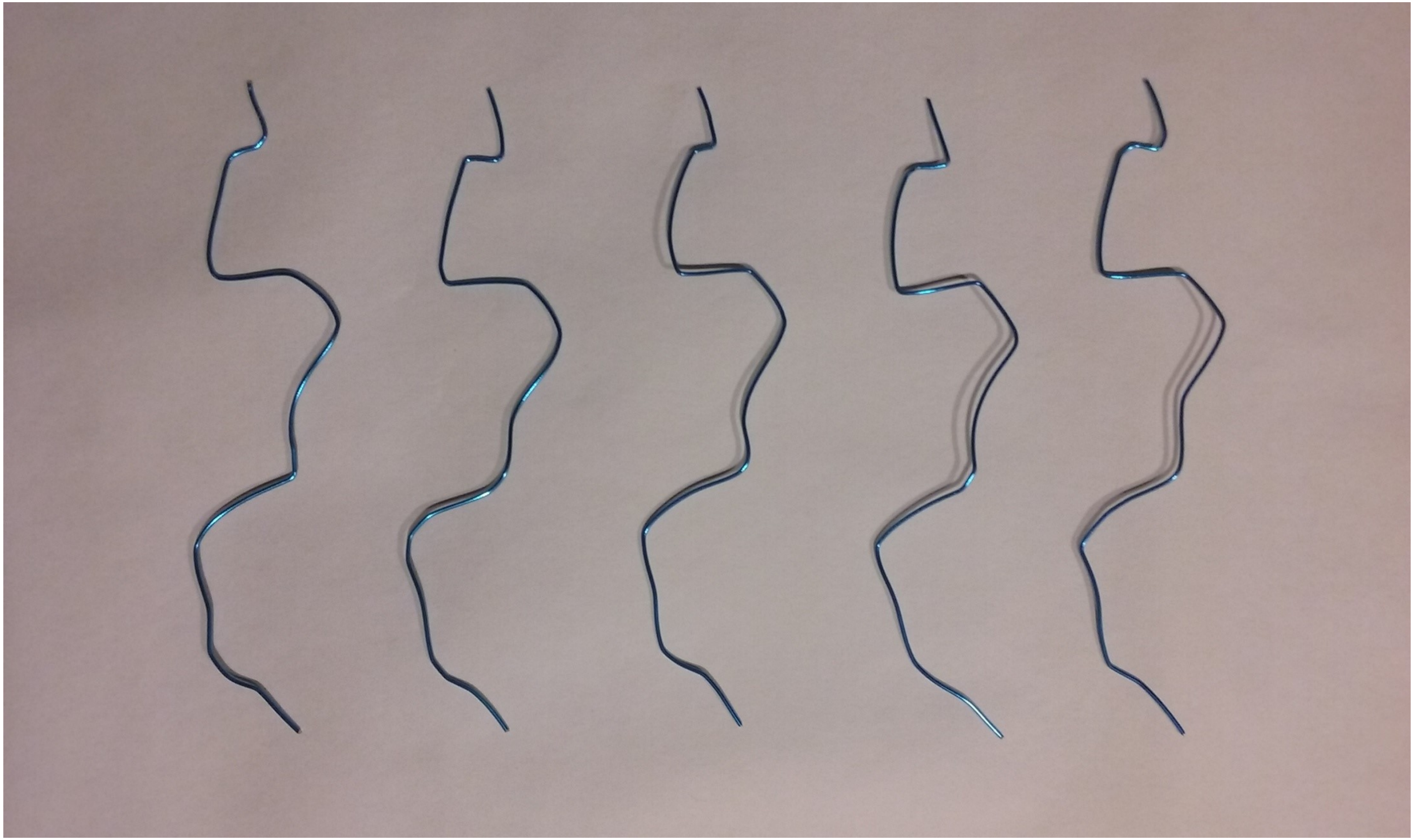
El riu Ter entre dos punts coneguts... Medinyà

El riu Ter entre dos punts coneguts... Domeny, Salt

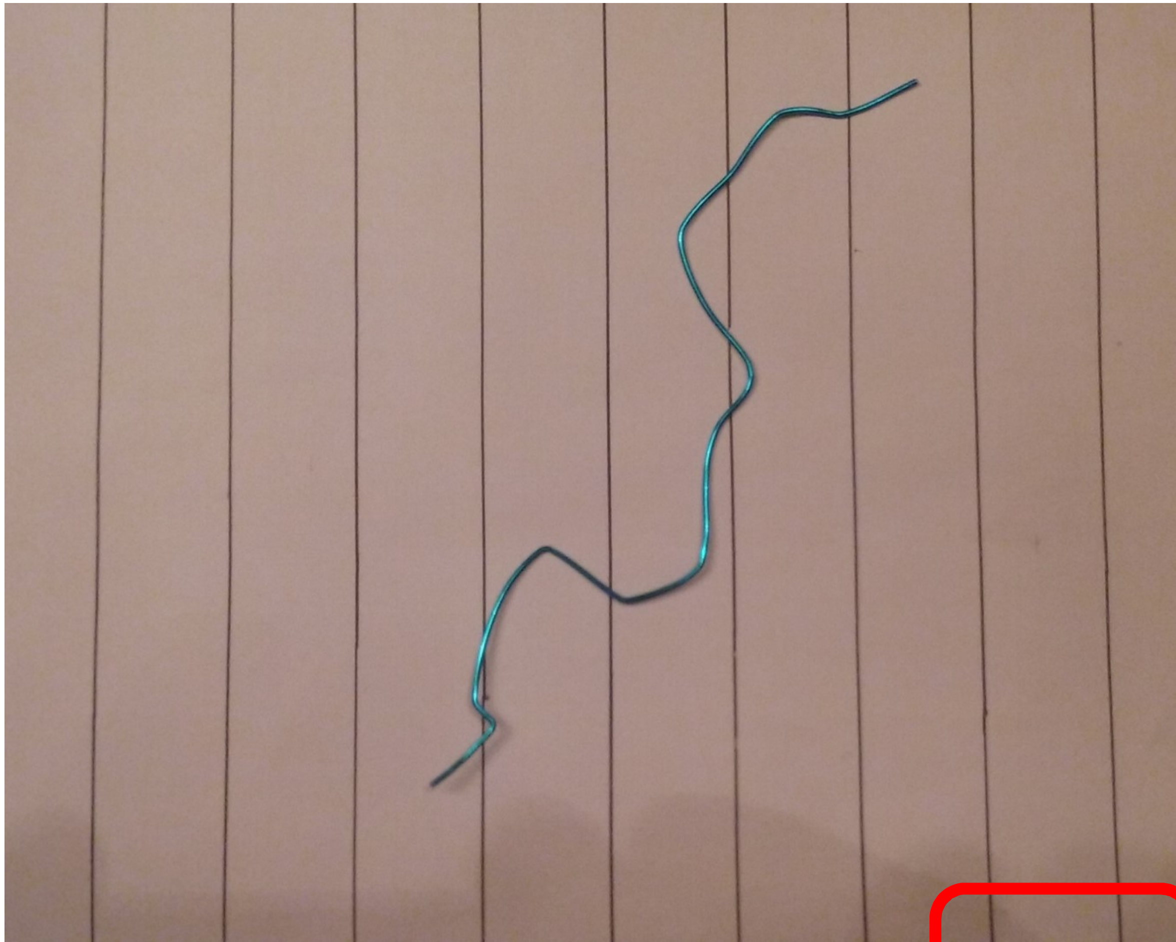
Vàrem copiar el riu Ter sobre una transparència...



Ens vàrem fer uns quants rius Ter amb filferro...

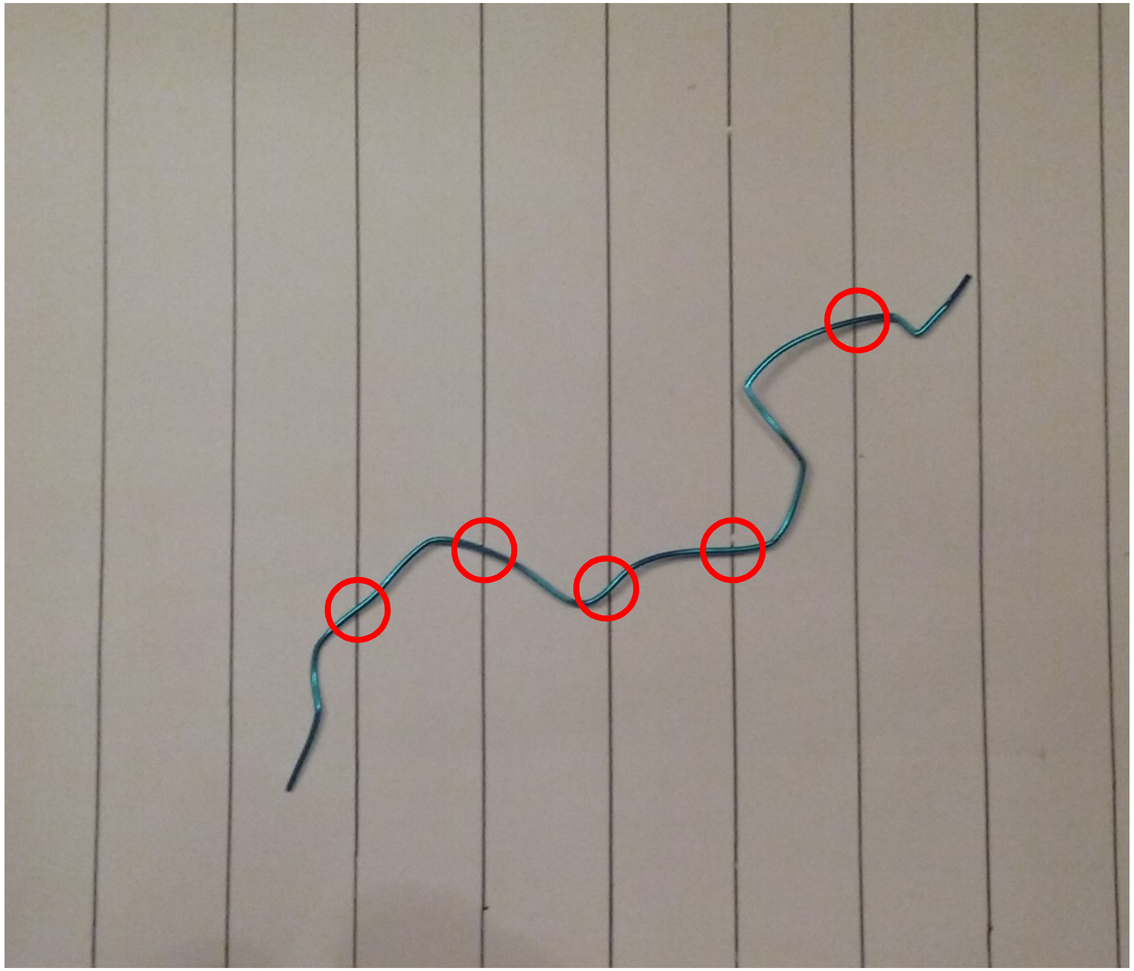


I els vàrem començar a llançar sobre tramats de rectes paral·leles que estaven a 3 cm de distància...



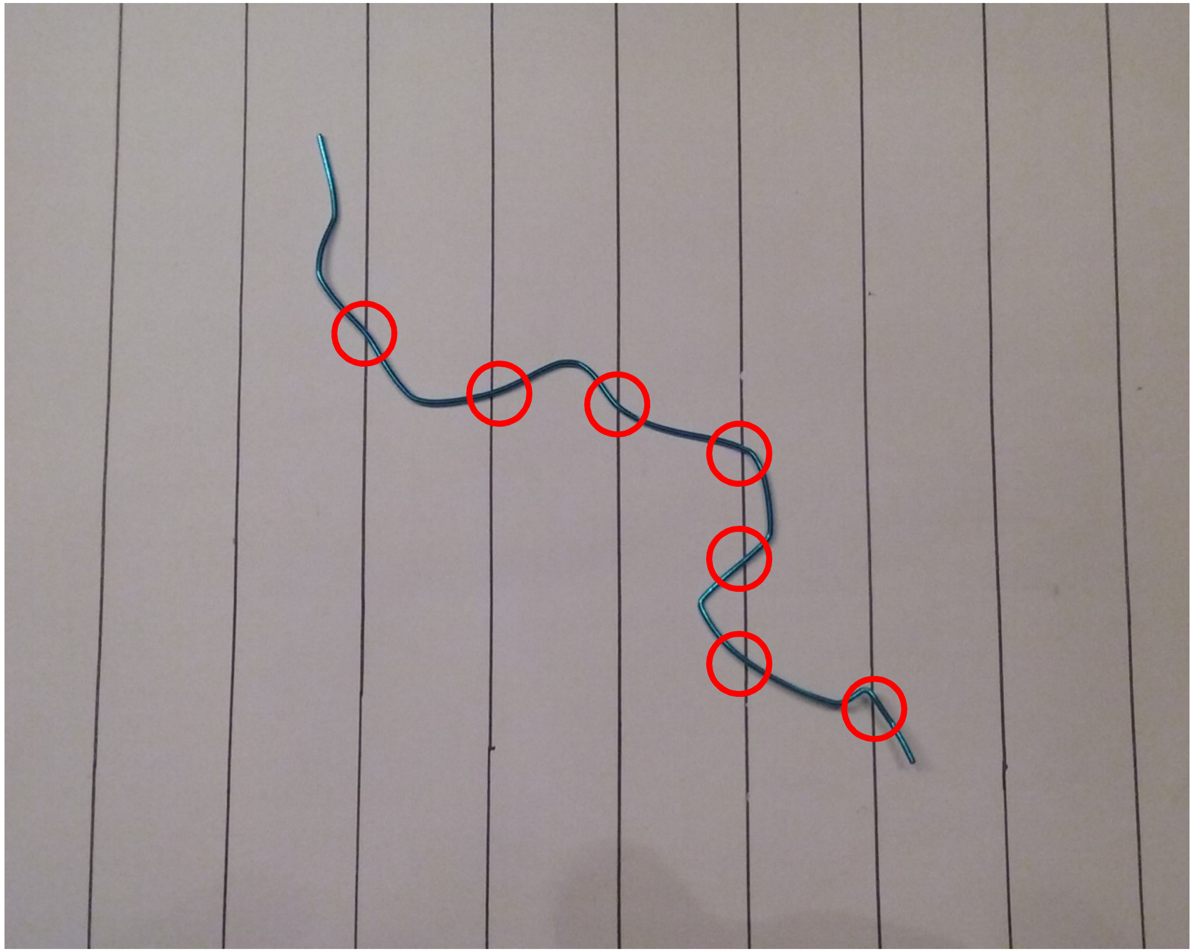
3 cm

Comptant els punts de tall...



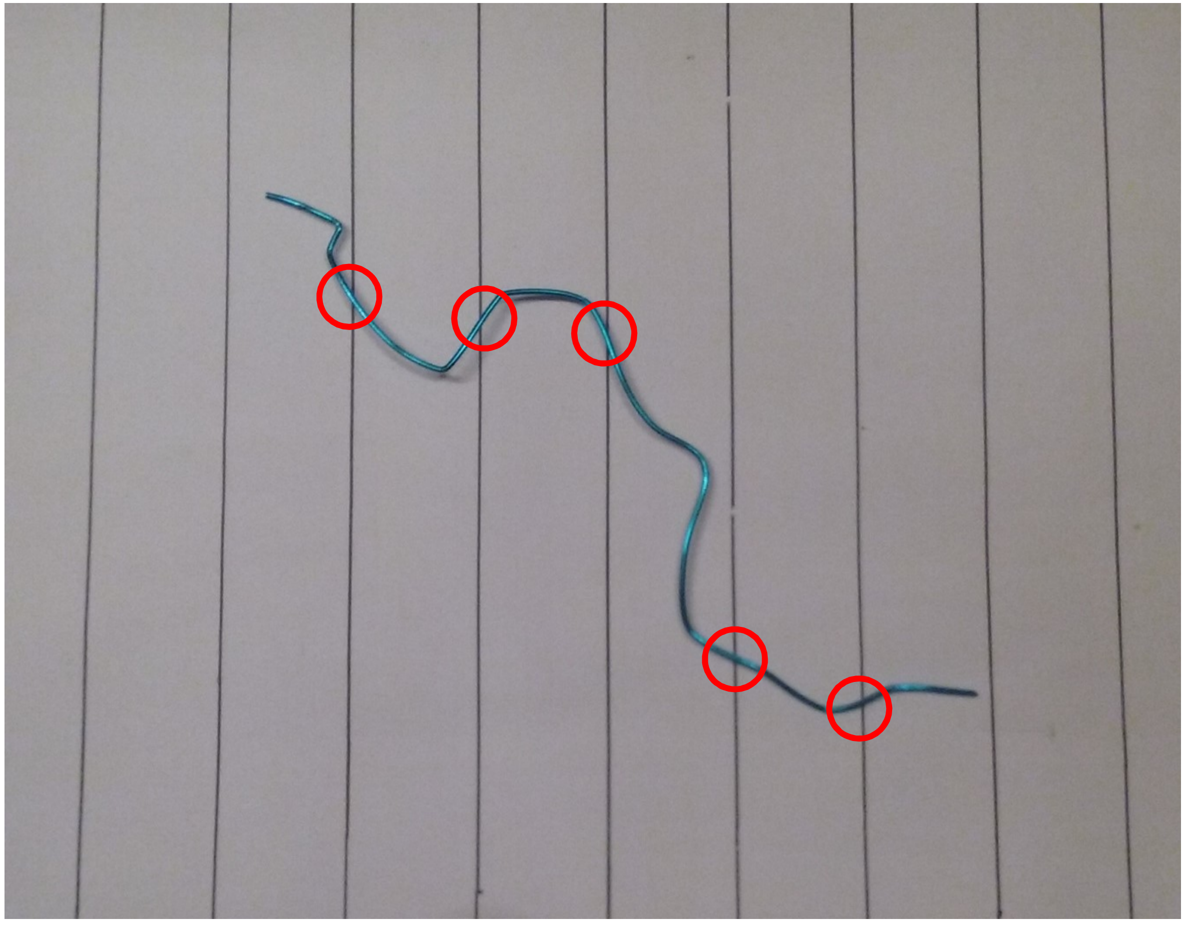
5

Comptant els punts de tall...



7

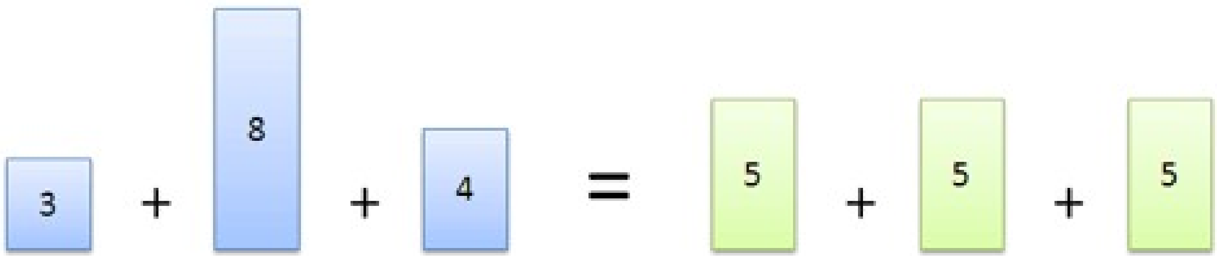
Comptant els punts de tall...



5

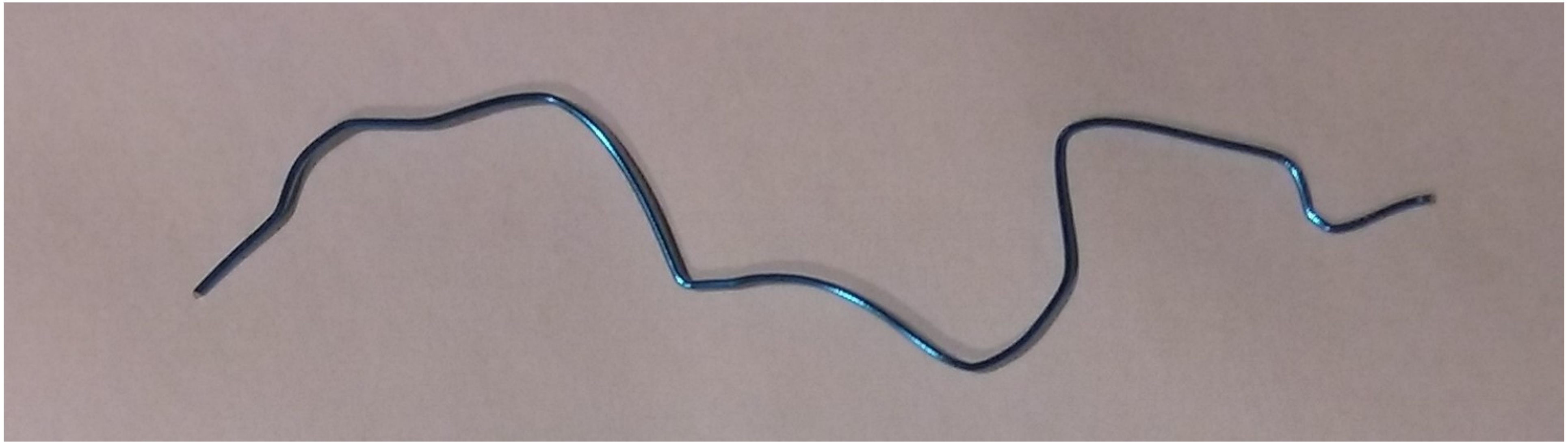
Després de 50 tirades vàrem fer la mitjana dels punts de tall obtinguts...

5,78

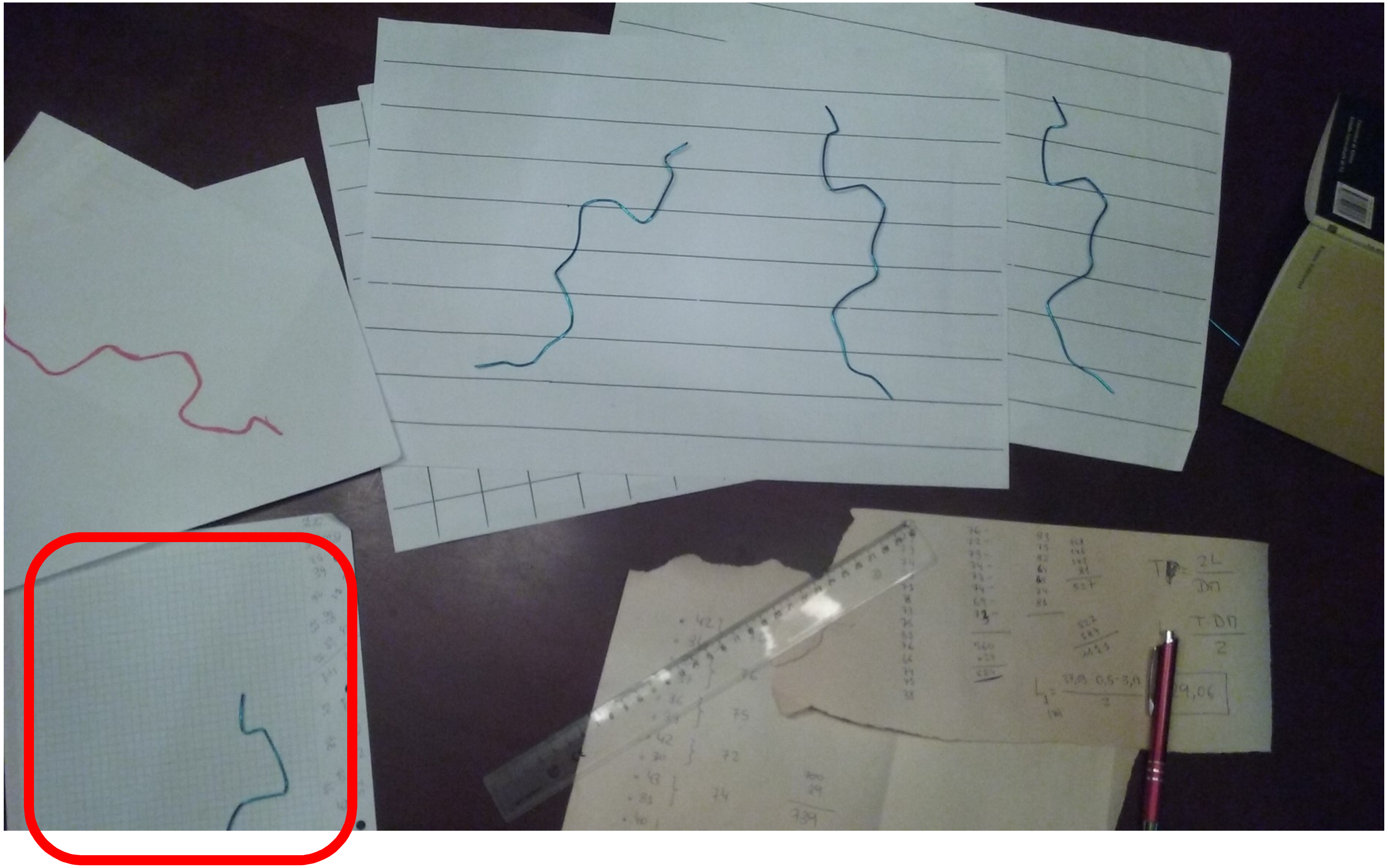


I vàrem aplicar la fórmula:

$$L \approx \frac{\pi \cdot D \cdot Talls}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 3 \cdot 5{,}78}{2} = 27{,}22\ cm$$

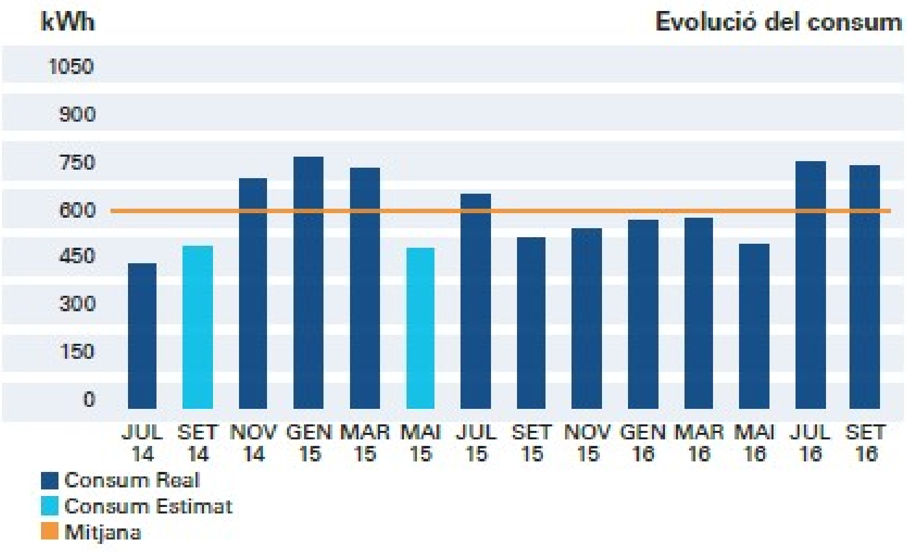


Provem-ho ara amb un altre tramat en què les línies estiguin separades 0,5 cm.



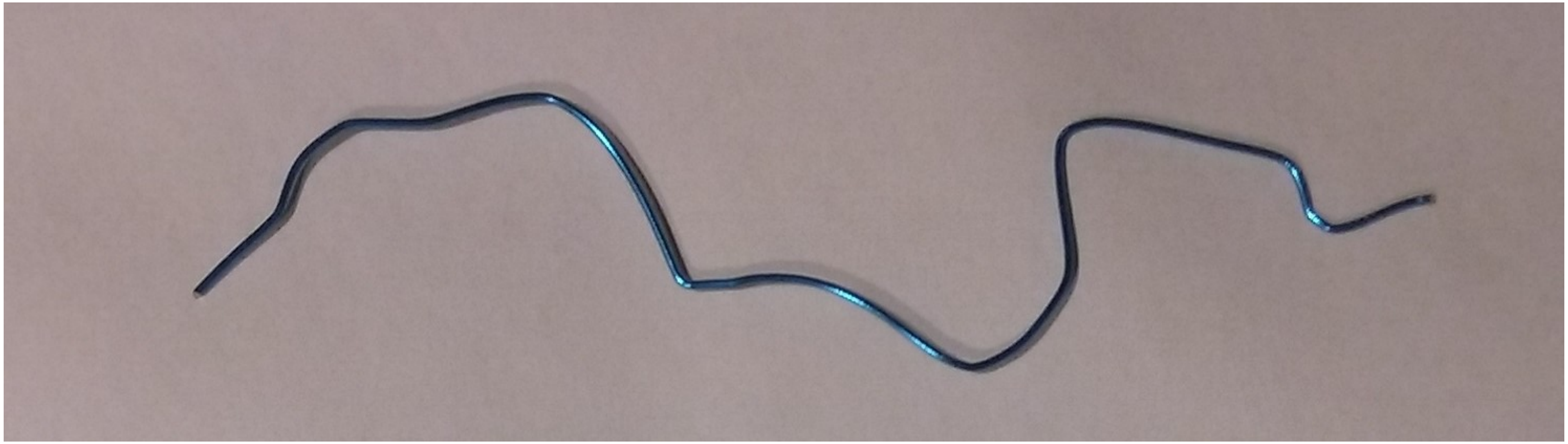
Després de 50 tirades vàrem fer la mitjana dels punts de tall obtinguts...

37

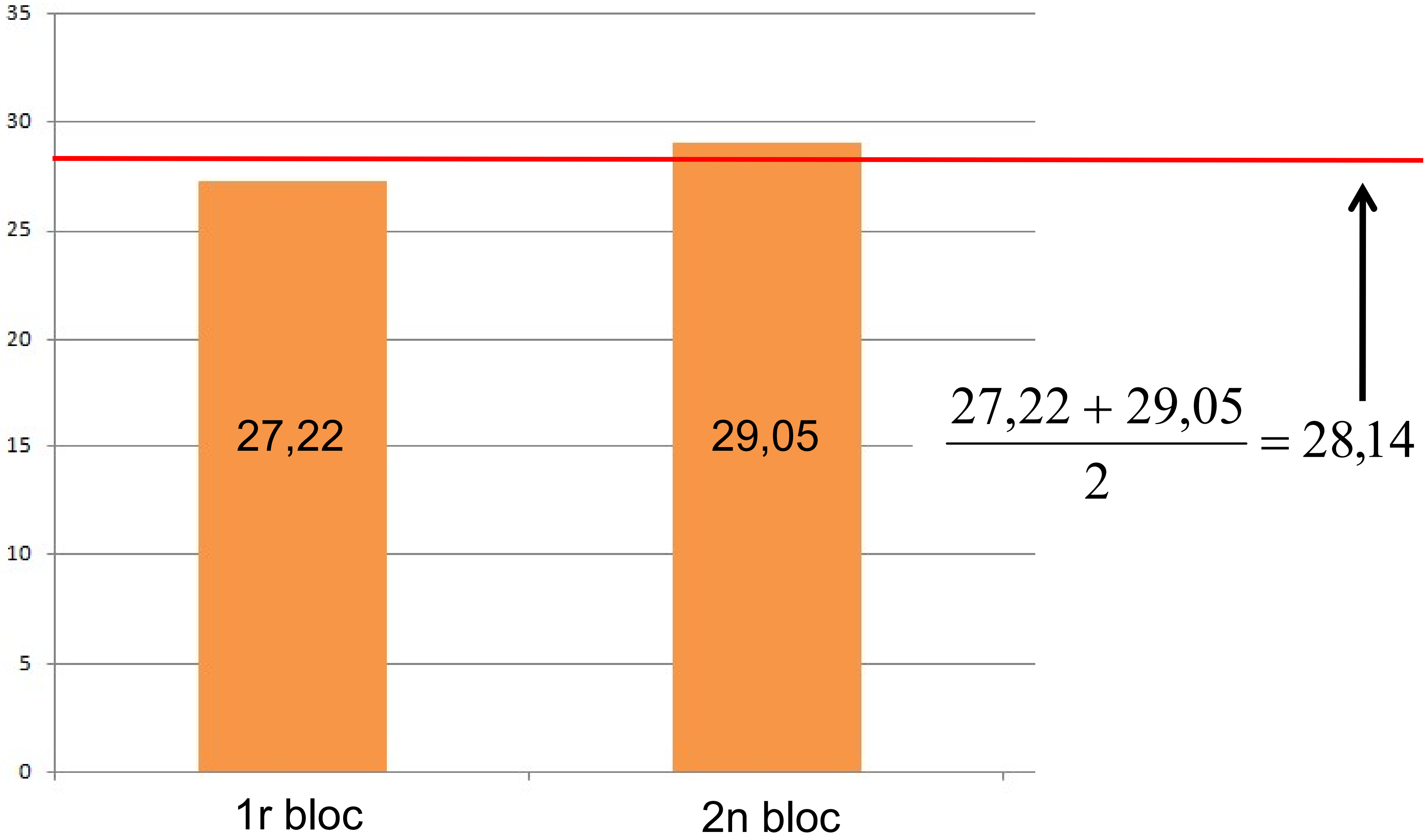


I vàrem aplicar de nou la fórmula:

$$L \approx \frac{\pi \cdot D \cdot Talls}{2} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5 \cdot 37}{2} = 29{,}05\ cm$$



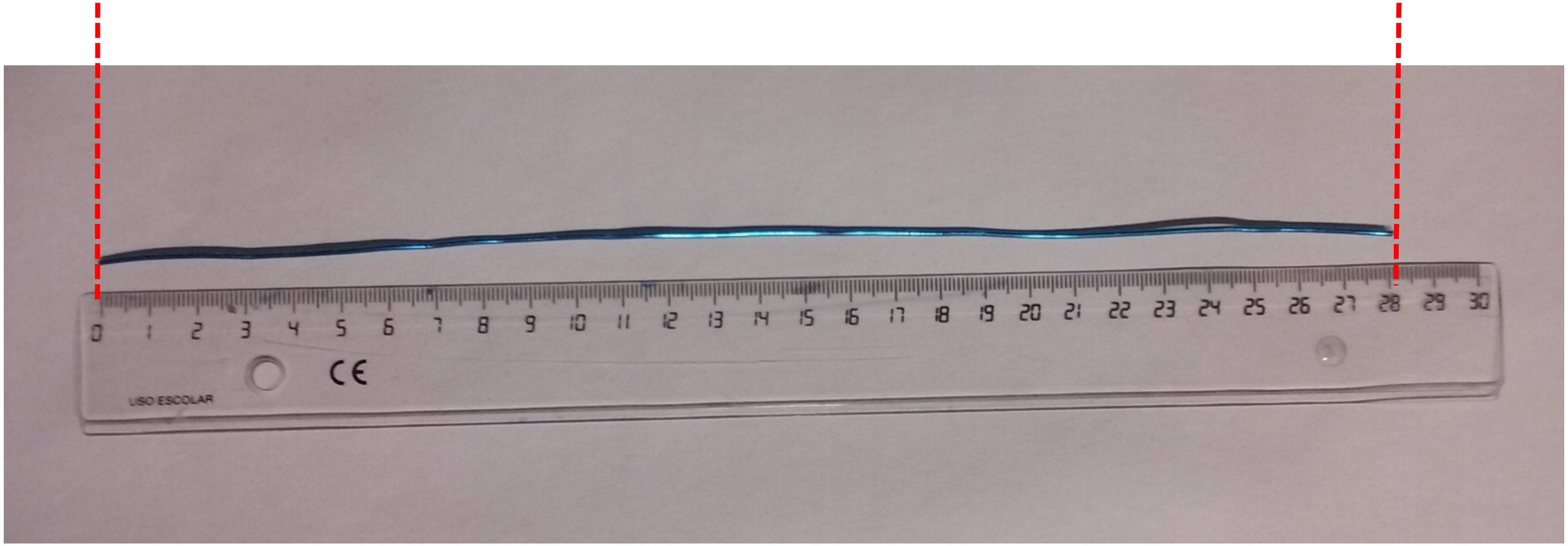
Mitjana dels valors obtinguts en els dos blocs de tirades...



$$\frac{27{,}22 + 29{,}05}{2} = 28{,}14$$

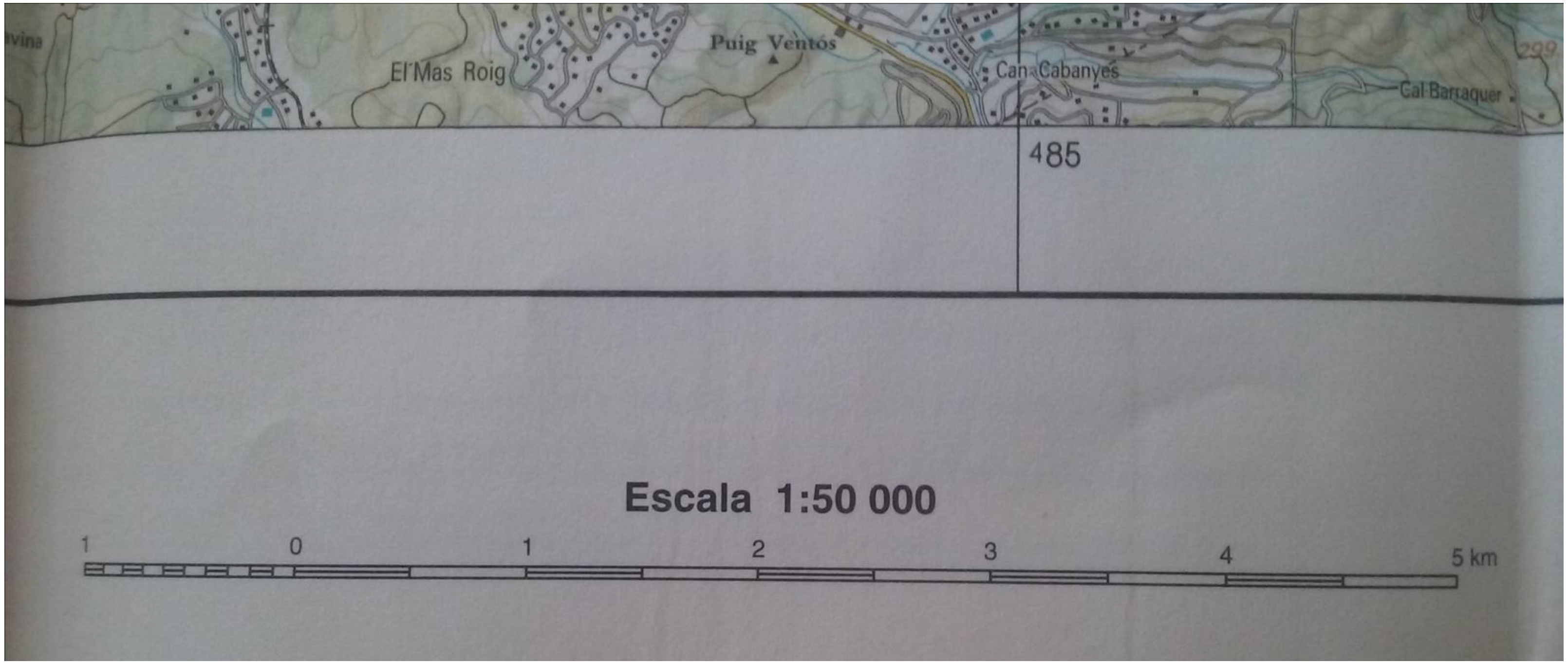
Vaig recordar aquell mot d’en Laplace: “rectificar” una corba...

Vaig posar recte el filferro...



Emocionant!!!!!

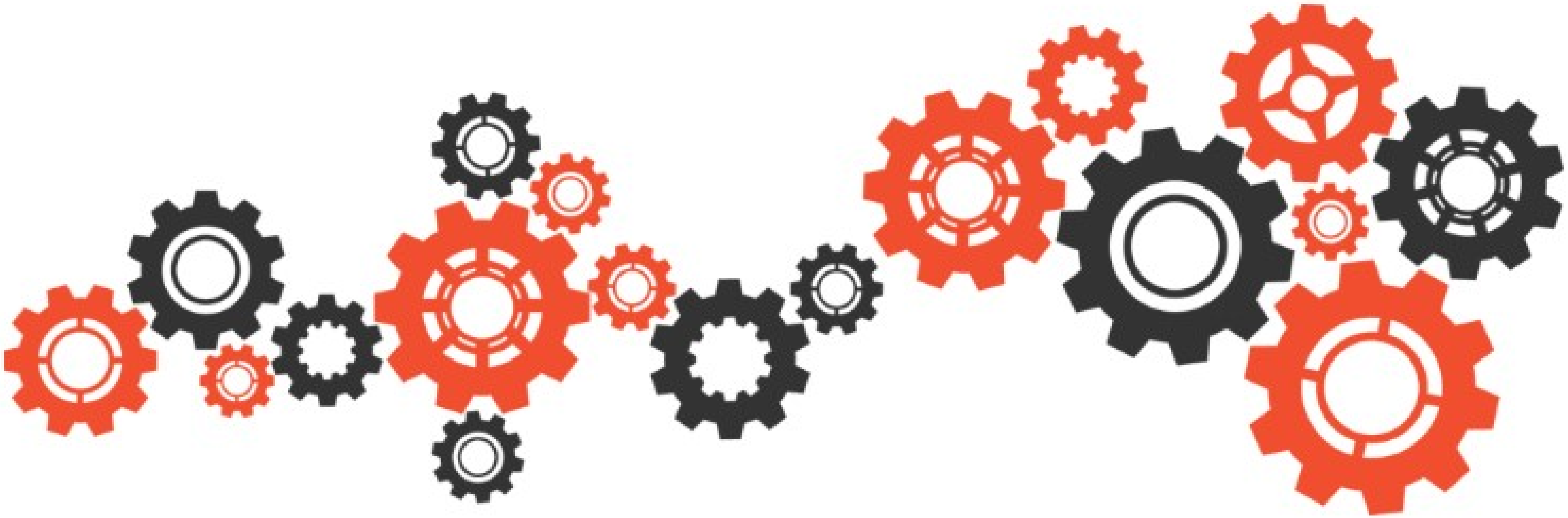
Tal sols ens quedava aplicar l'escala del mapa!

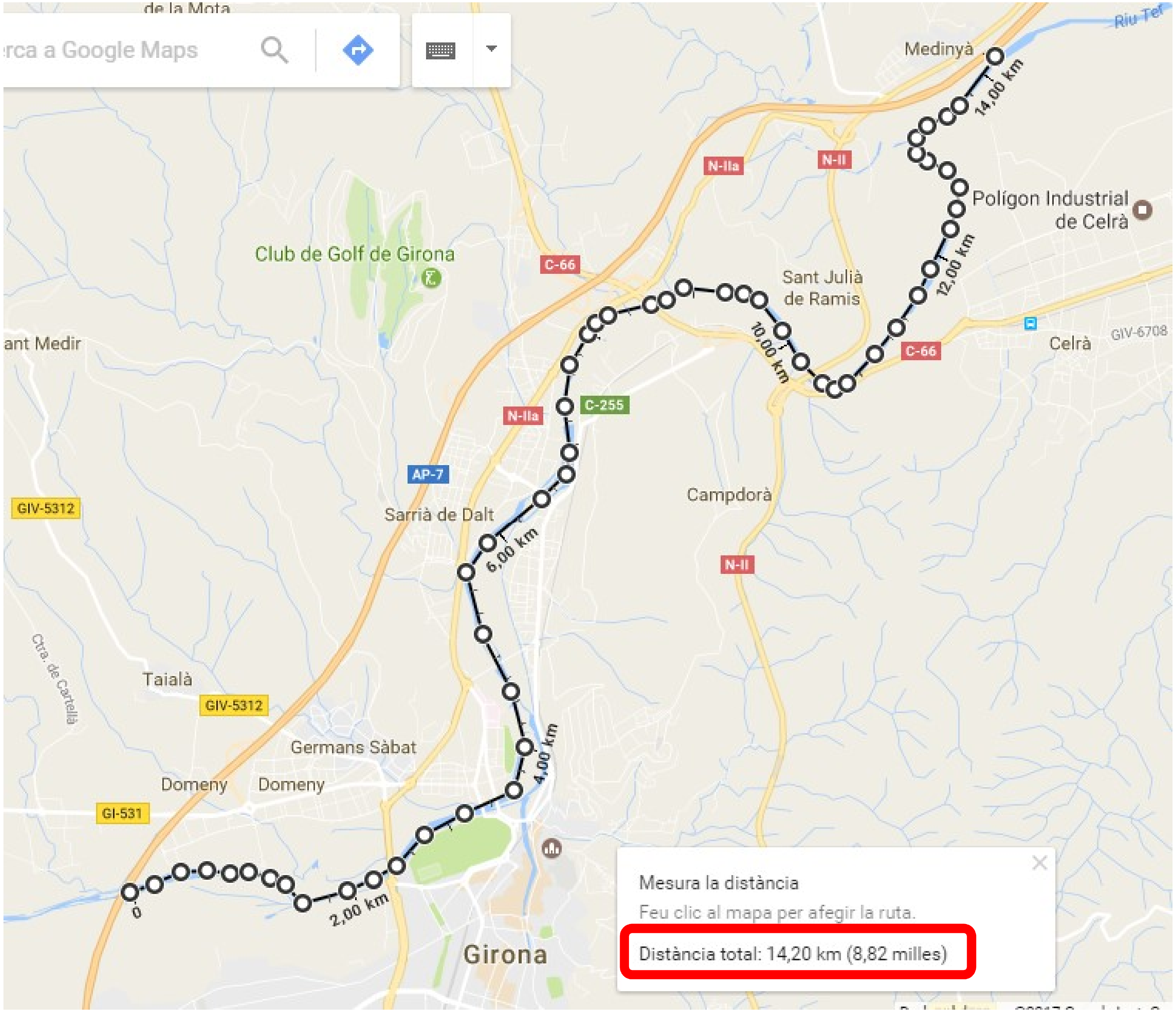


$$28{,}14 \times 50\,000 = 1\,407\,000\ cm = 14{,}07\ km$$

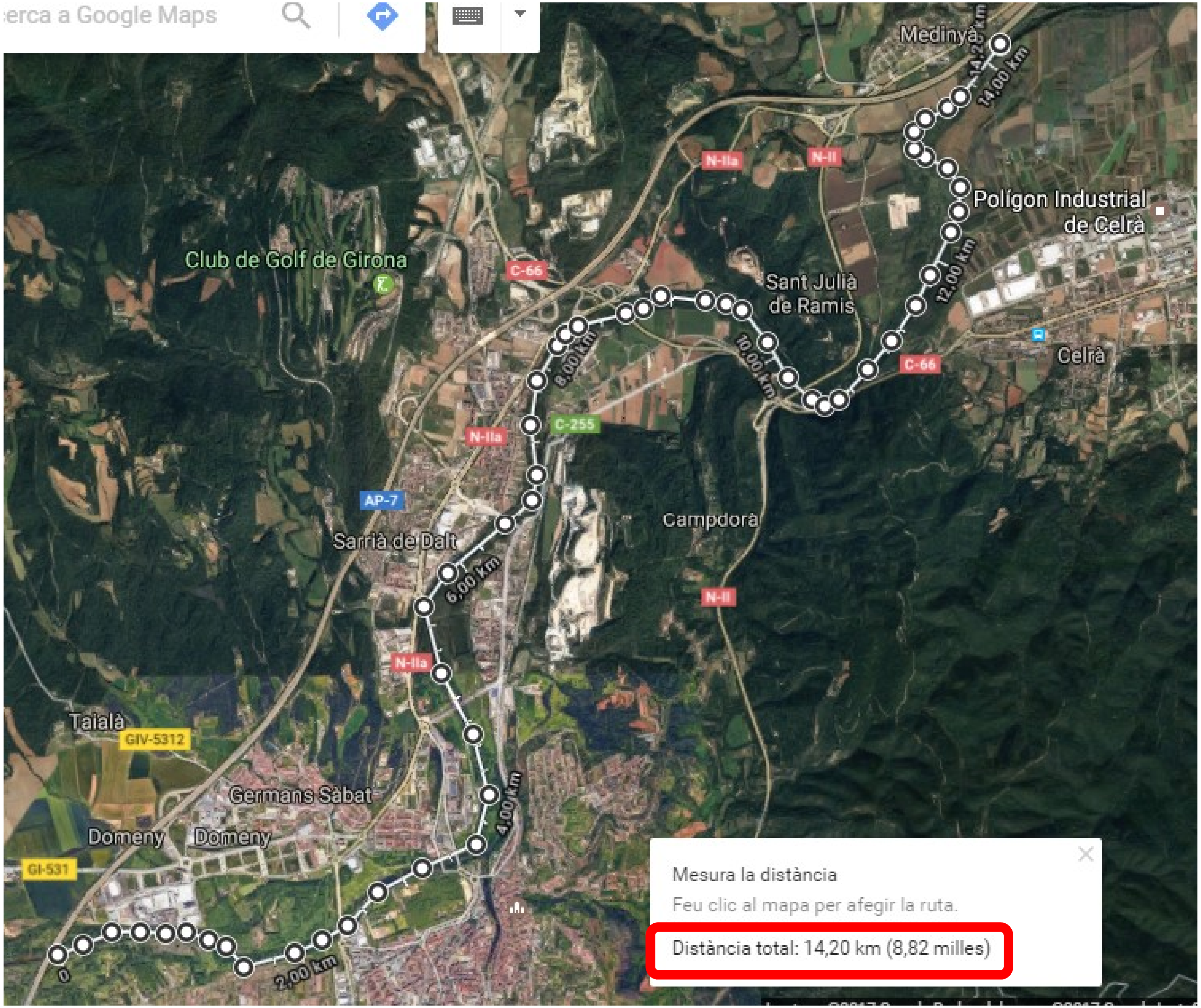
14,07 km de riu Ter...

Com podríem comprovar-ho?





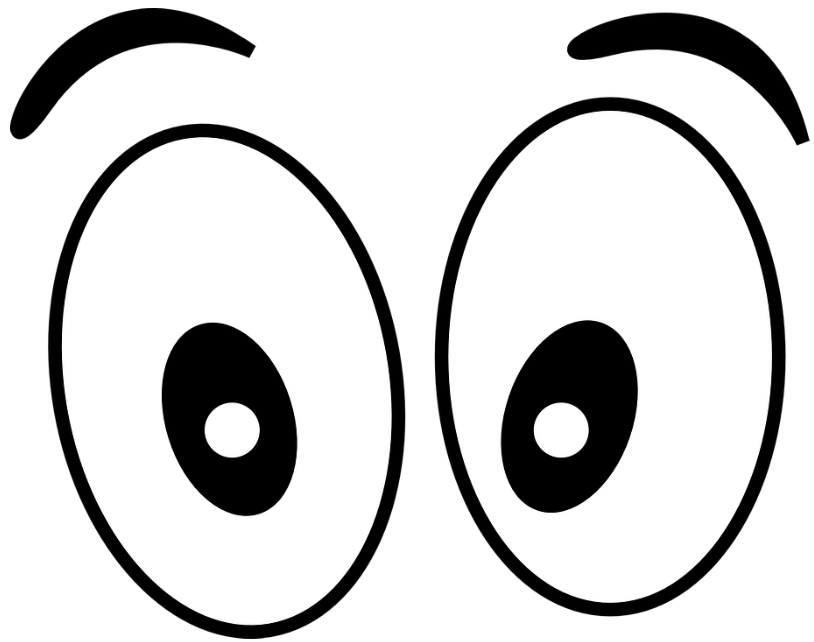
rca a Google Maps
Medinyà
Riu Ter
14,00 km
N-IIa
N-II
Polígon Industrial de Celrà
Club de Golf de Girona
C-66
Sant Julià de Ramis
12,00 km
10,00 km
C-66
Celrà
GIV-6708
ant Medir
N-IIa
C-255
AP-7
Campdorà
GIV-5312
Sarrià de Dalt
6,00 km
N-II
Ctra. de Cartellà
Taialà
GIV-5312
4,00 km
Germans Sàbat
Domeny
Domeny
GI-531
0
2,00 km
Girona
Mesura la distància
Feu clic al mapa per afegir la ruta.
Distància total: 14,20 km (8,82 milles)

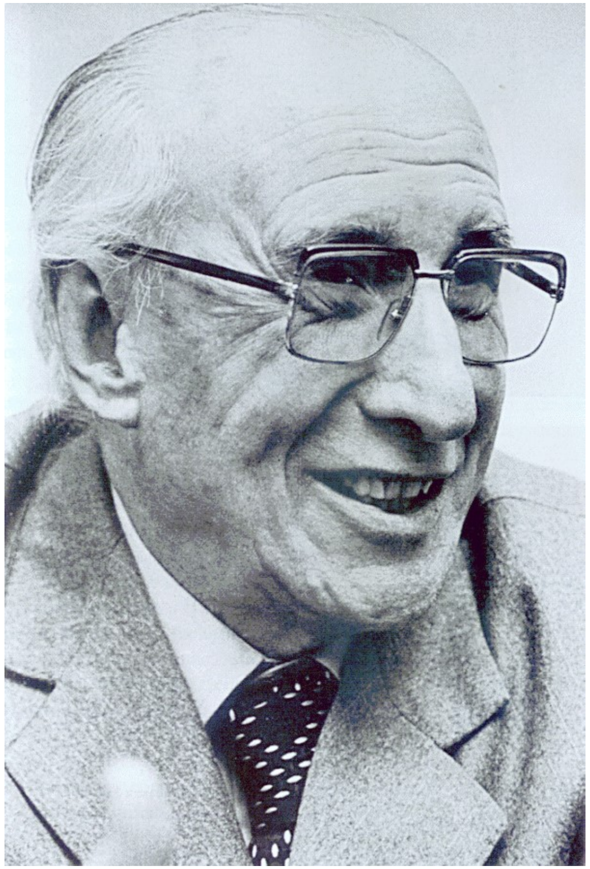


Cerca a Google Maps
Medinyà
14,2 km
14,00 km
N-IIa
N-II
Polígon Industrial de Celrà
Club de Golf de Girona
C-66
Sant Julià de Ramis
12,00 km
8,00 km
10,00 km
Celrà
C-66
C-255
N-IIa
AP-7
Campdorà
Sarrià de Dalt
6,00 km
N-II
N-IIa
Taialà
GIV-5312
Germans Sàbat
4,00 km
Domeny
Domeny
GI-531
0
2,00 km
Mesura la distància
Feu clic al mapa per afegir la ruta.
Distància total: 14,20 km (8,82 milles)

14,07 km - 14,20 km

La diferència és inferior a l’1%

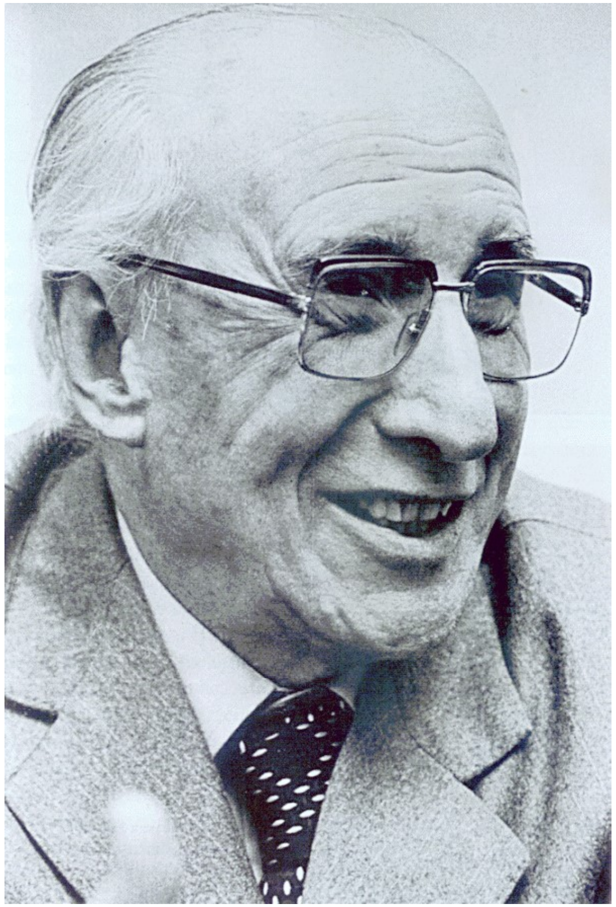




Lluís A. Santaló

“Malgrat tot Laplace s’equivocava. Aquestes fórmules s’han emprat sovint, un segle després de la seva afirmació per mesurar longituds de corbes sobre preparats microscòpics”

La matemàtica: una filosofia i una tècnica, 1993



Lluís A. Santaló

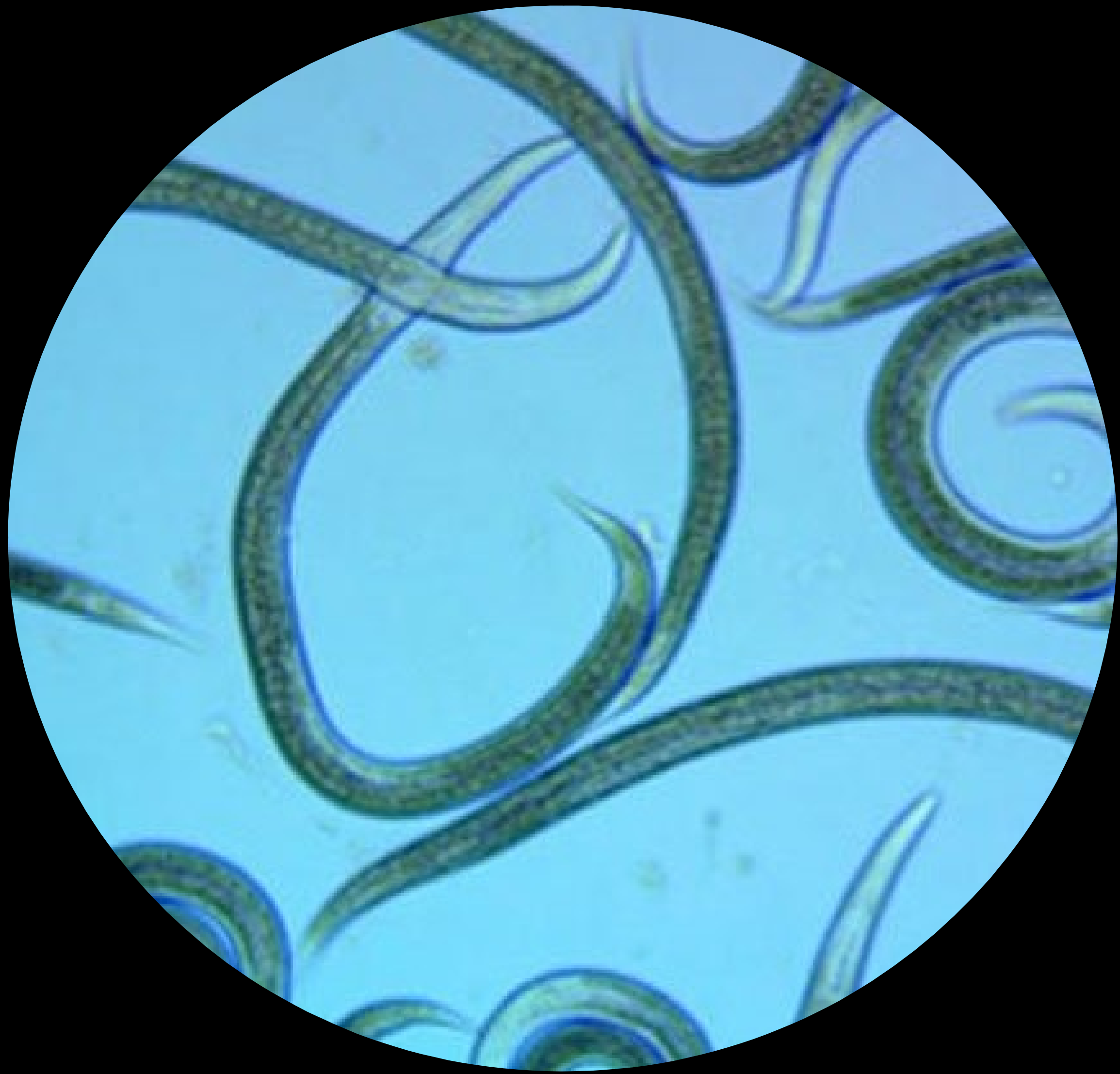
La matemàtica: una filosofia i una tècnica, 1993

"Si sobreposem a un preparat per al microscopi una retícula rectangular (o un feix de paral·leles equidistants) i comptem el nombre de vegades que els seus costats o les seves paral·leles tallen les corbes la longitud de les quals es desitja mesurar, i girem diverses vegades la retícula i prenem mitjanes, podem calcular aquelles longituds amb prou aproximació"

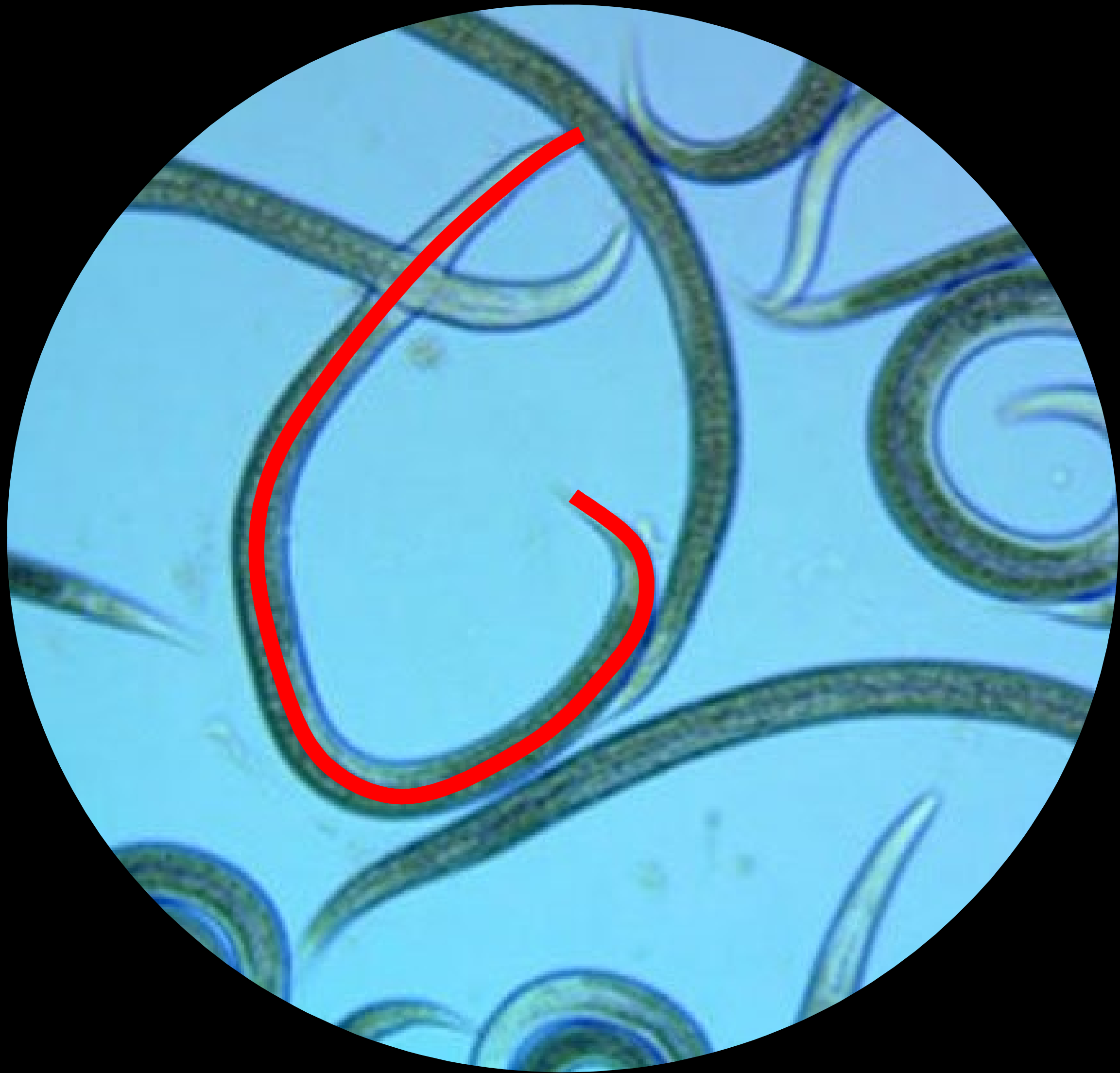
Vibrio cholerae http://prokariotae.tripod.com/fotos.htm

Vibrio cholera © Dennis Kunkel Microscopy, Inc.

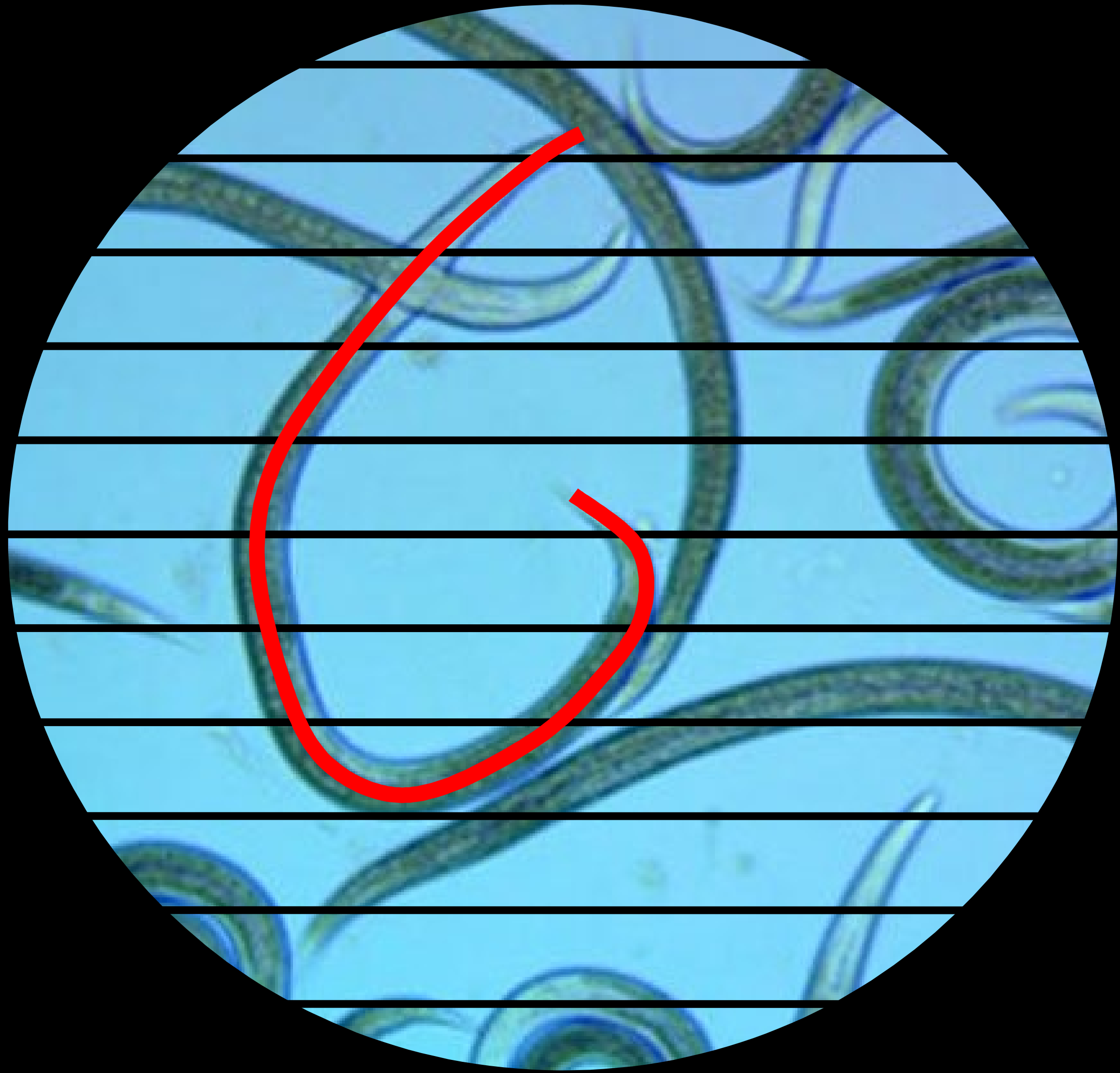
Nematodes / Università degli Studi di Milano



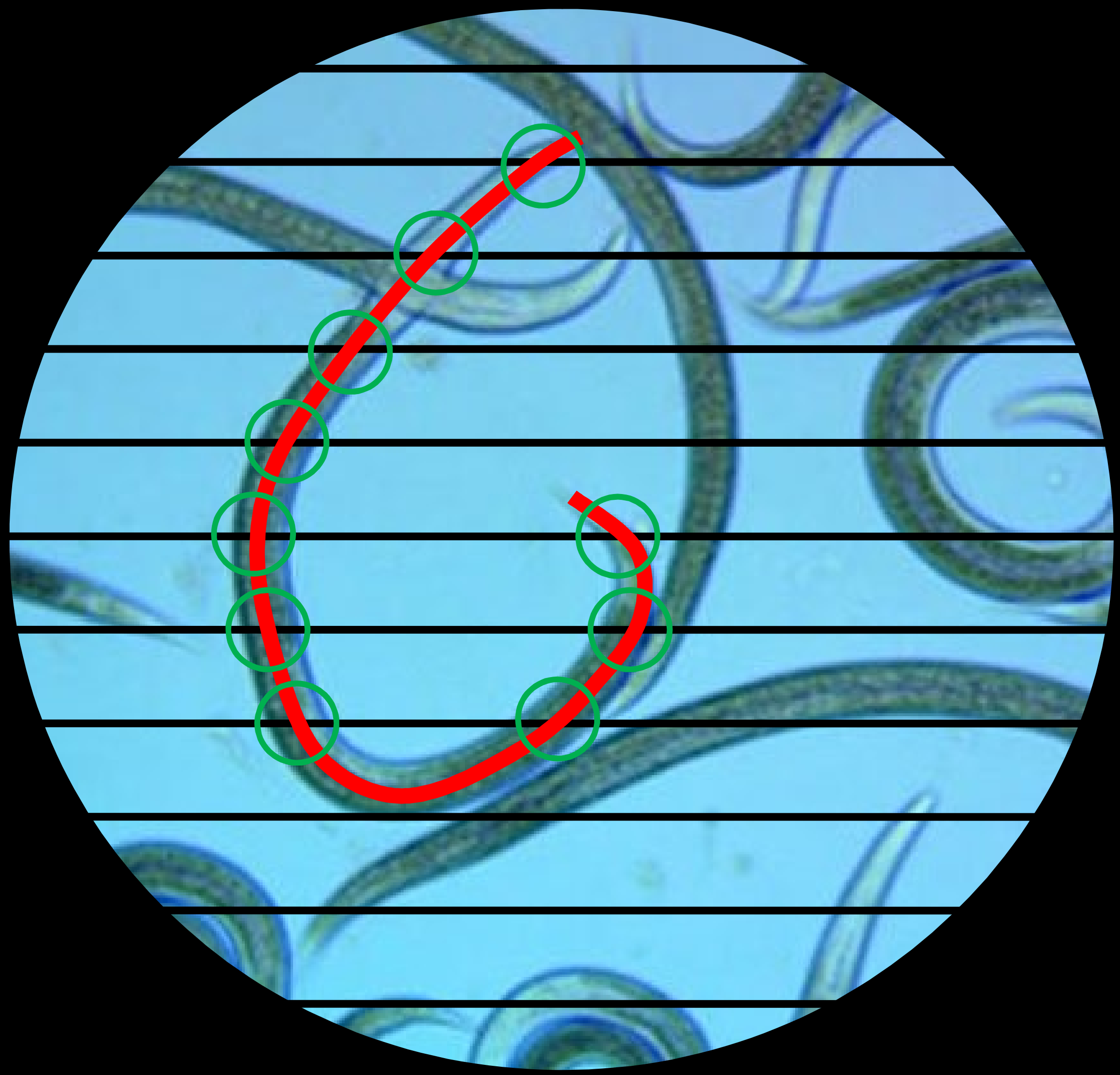
Nematodes / Planet Natural



Nematodes / Planet Natural



Nematodes / Planet Natural



Nematodes / Planet Natural