

15
anys

**Càtedra Lluís A. Santaló
d'Aplicacions
de la Matemàtica**

L'atzar i les formes

Girona, 16 de febrer de 2017

**Universitat de Girona
Càtedra Lluís A. Santaló
d'Aplicacions
de la Matemàtica**

Gratis!!

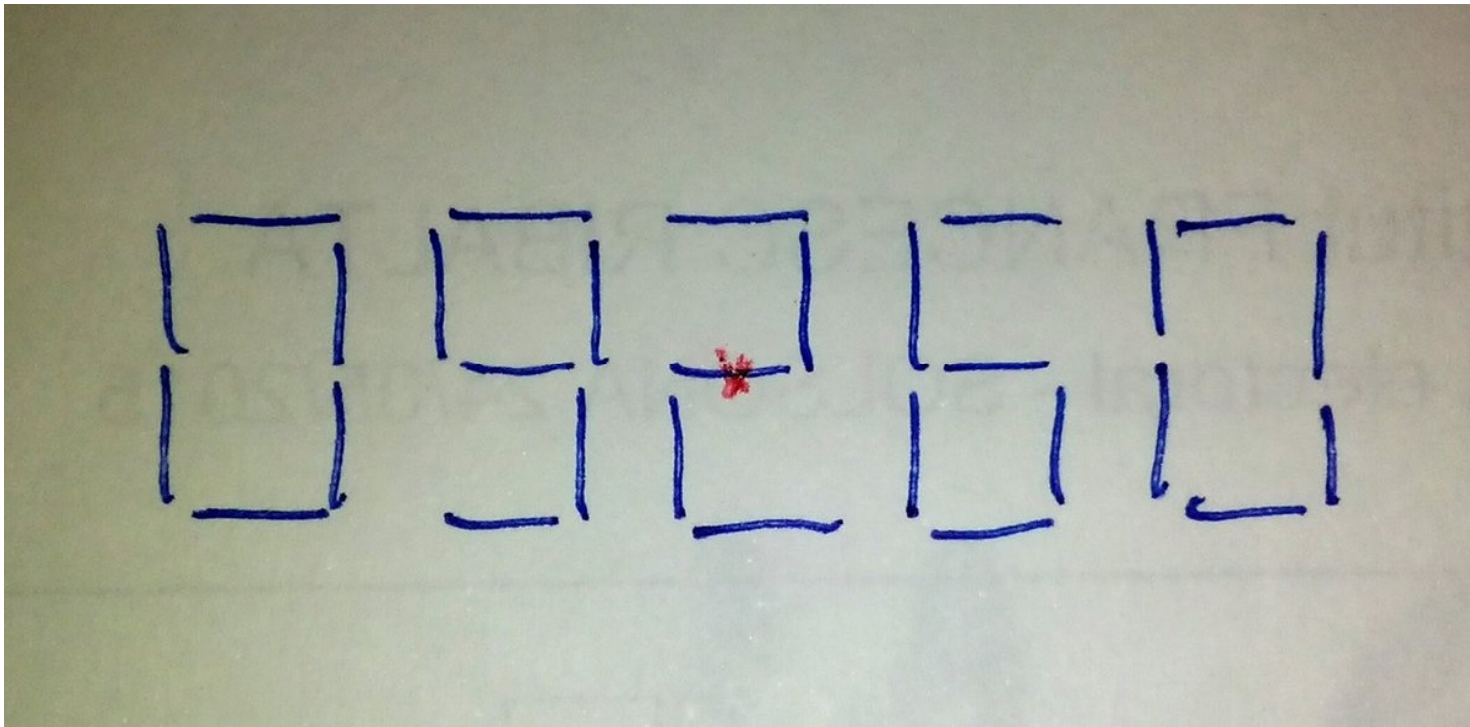
L'atzar i les formes

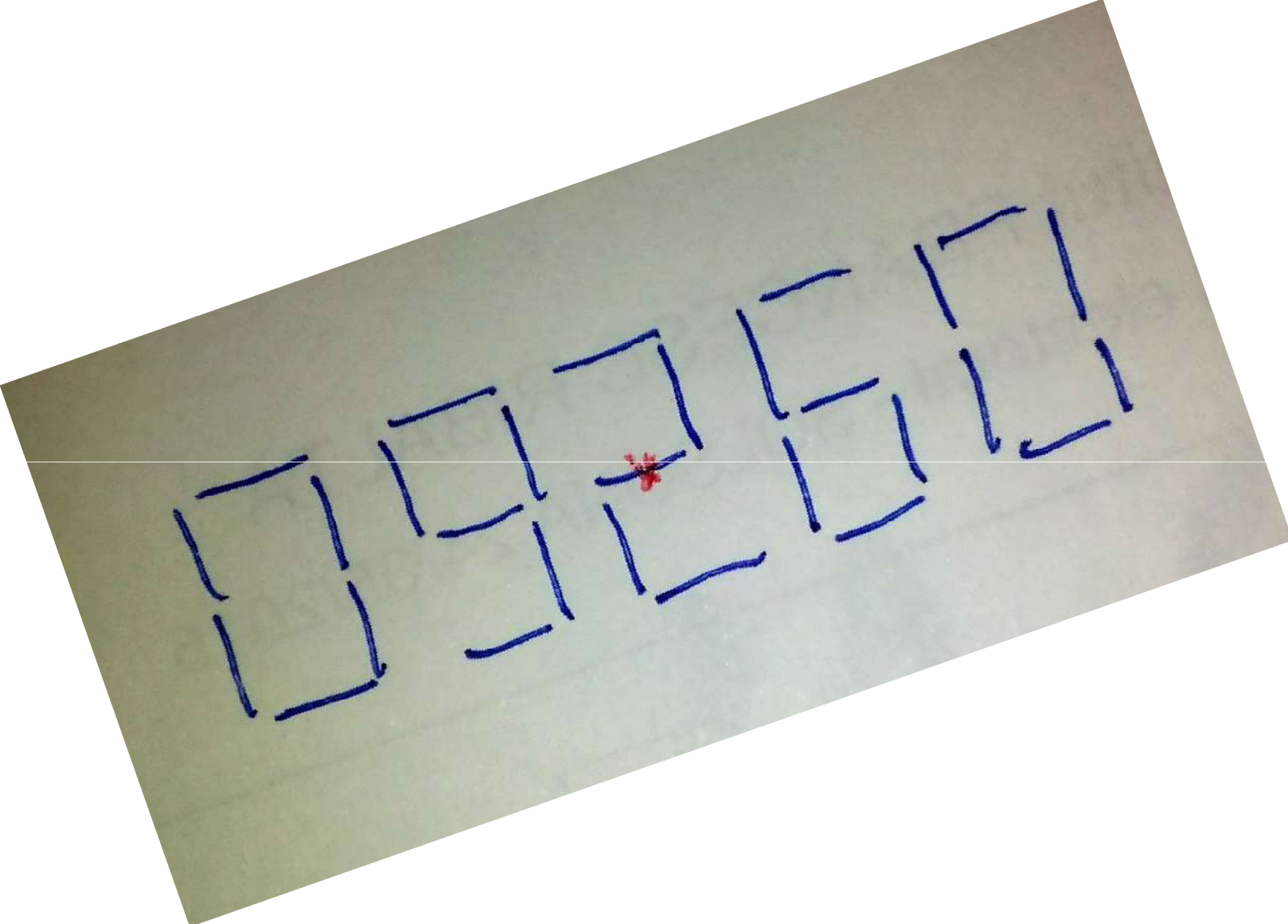
La fortuna somriu a la demarcació de Girona. La Grossa de Cap d'Any ha recaigut en el número 09260 i Blanes ha estat el municipi afortunat on se n'ha venut una bona part.

ara.cat, 31-12-2016

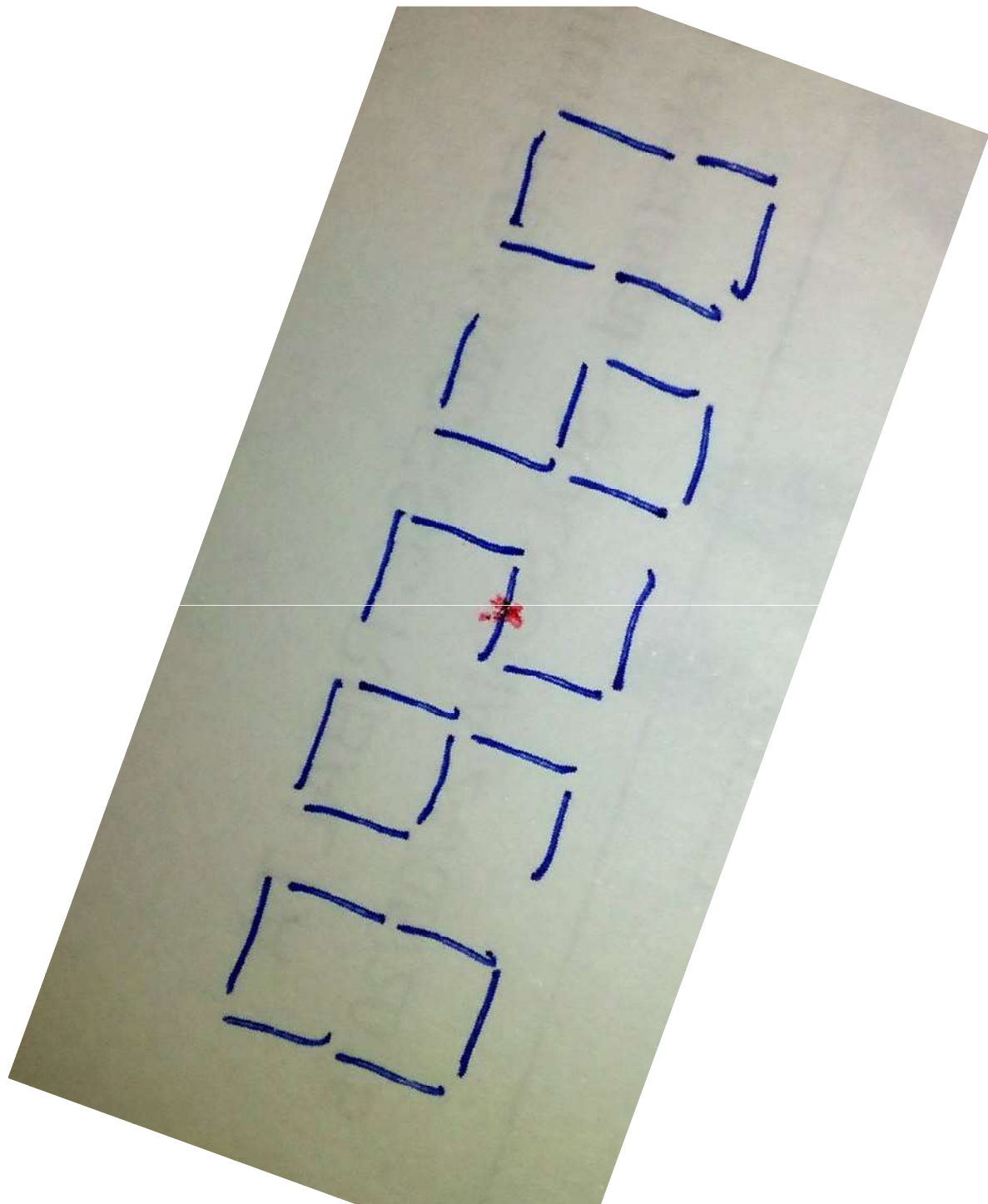


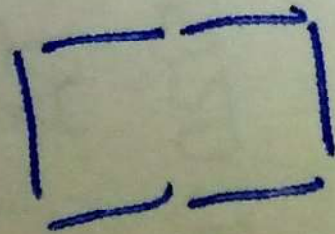
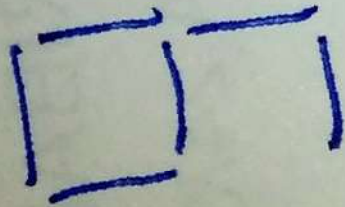
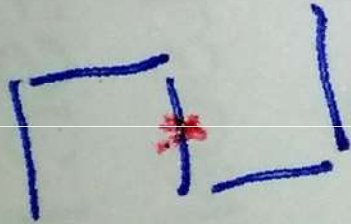
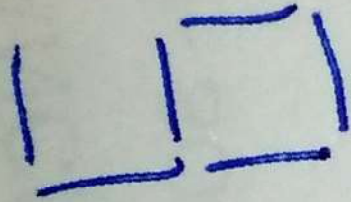
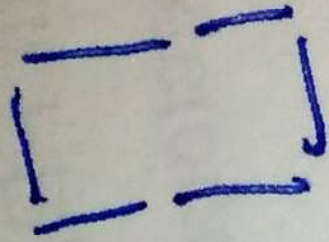
El primer premi de la Grossa de Cap d'Any s'ha venut en aquest estanc de Blanes / DAVID BORRAT

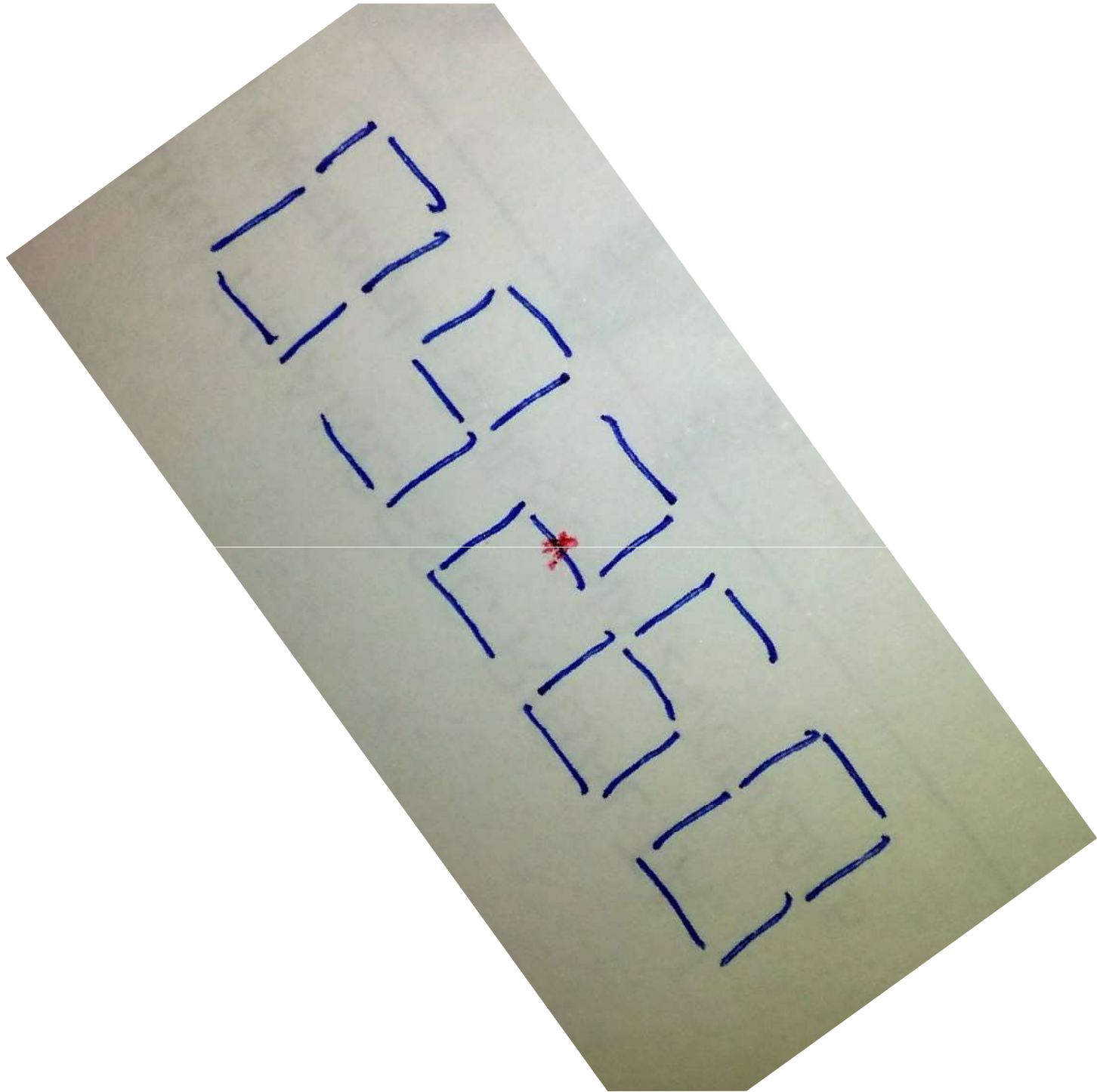








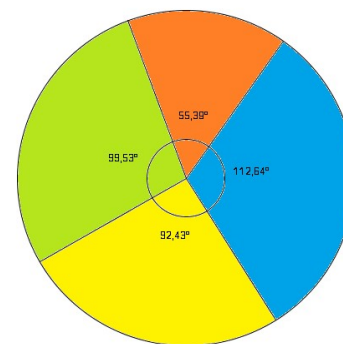
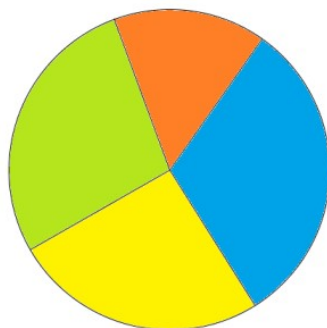
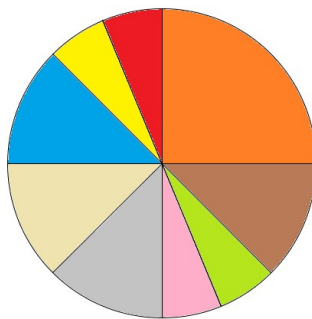
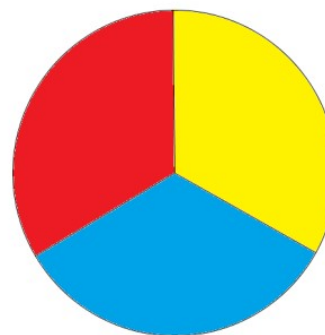
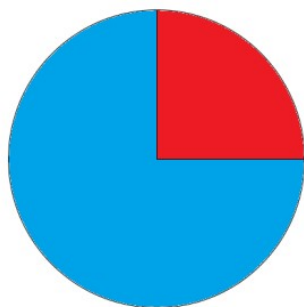
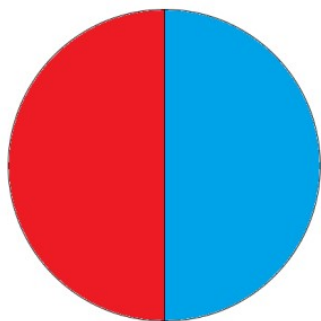


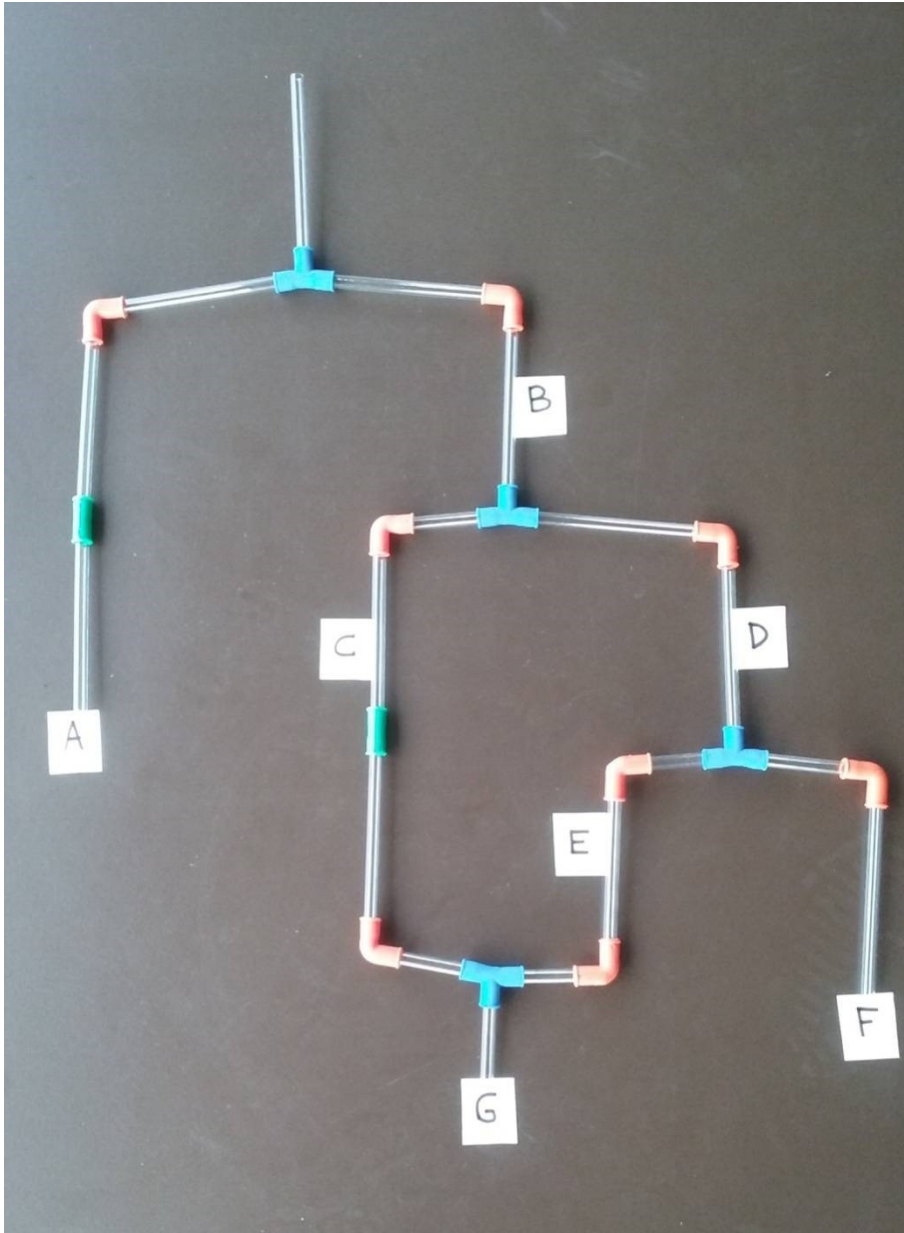




09250

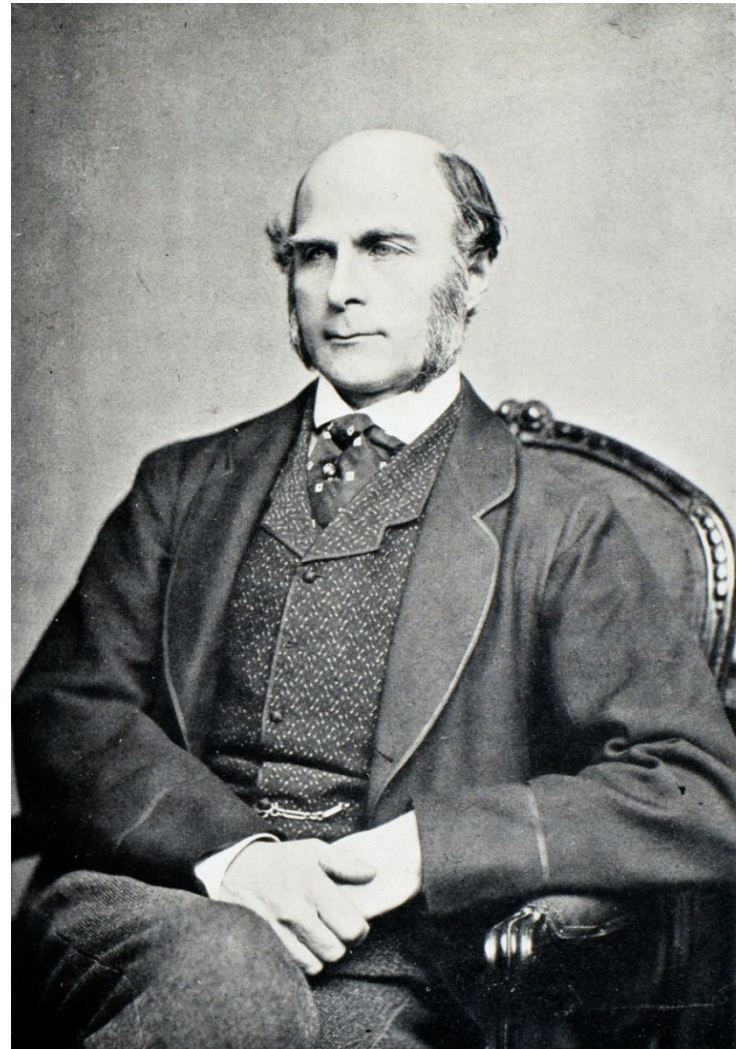
L'atzar sovint depèn de les formes





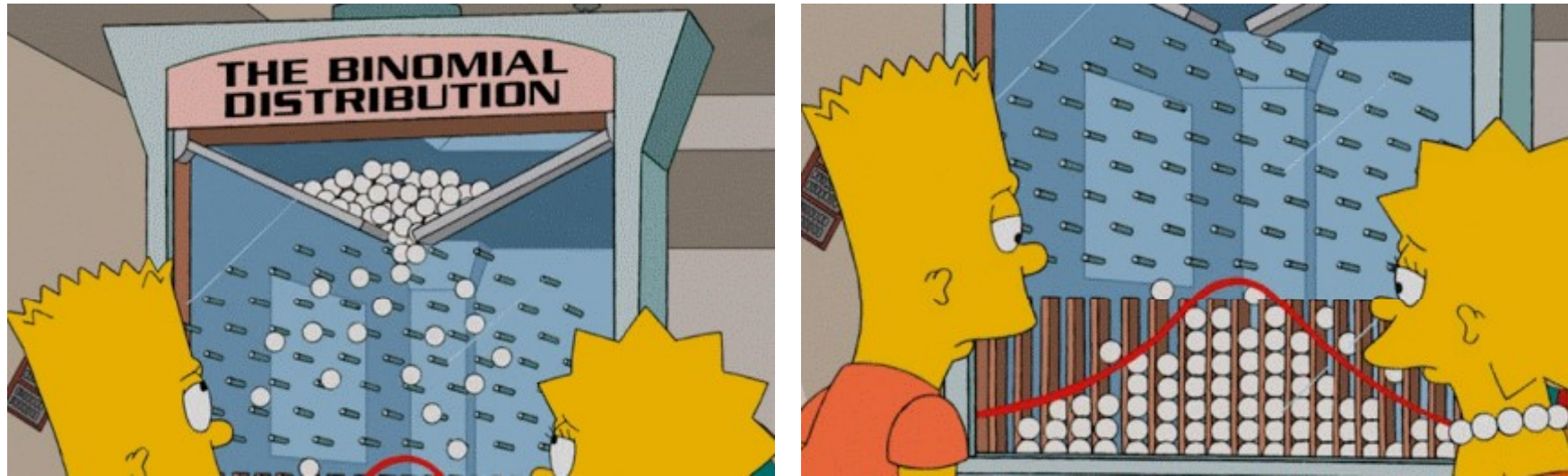
Tirant boletes per
estructures tubulars

Avui fa 195 anys que, el 16 de febrer de 1822, va néixer Francis Galton, estadístic, psicòleg, sociòleg... anglès

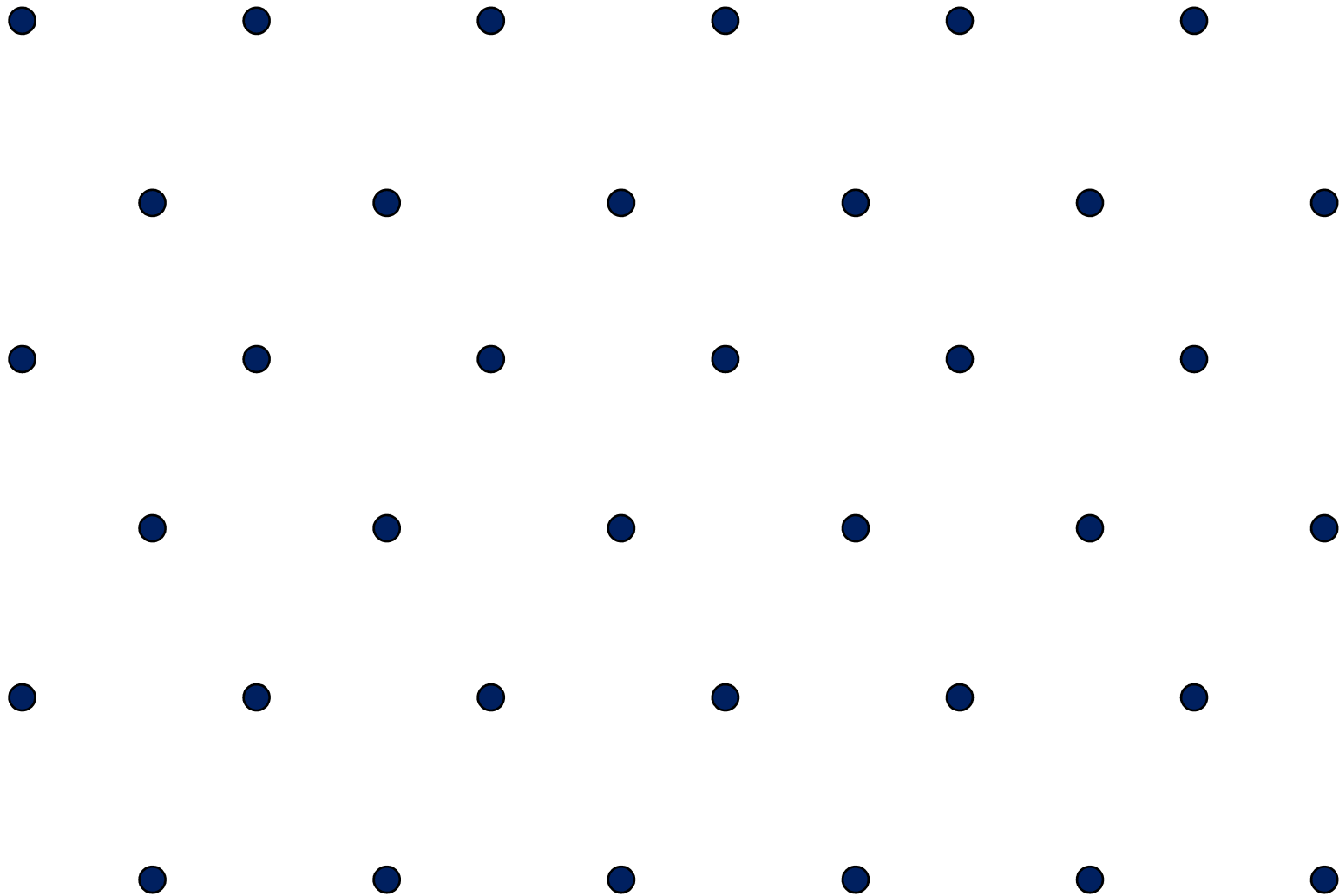


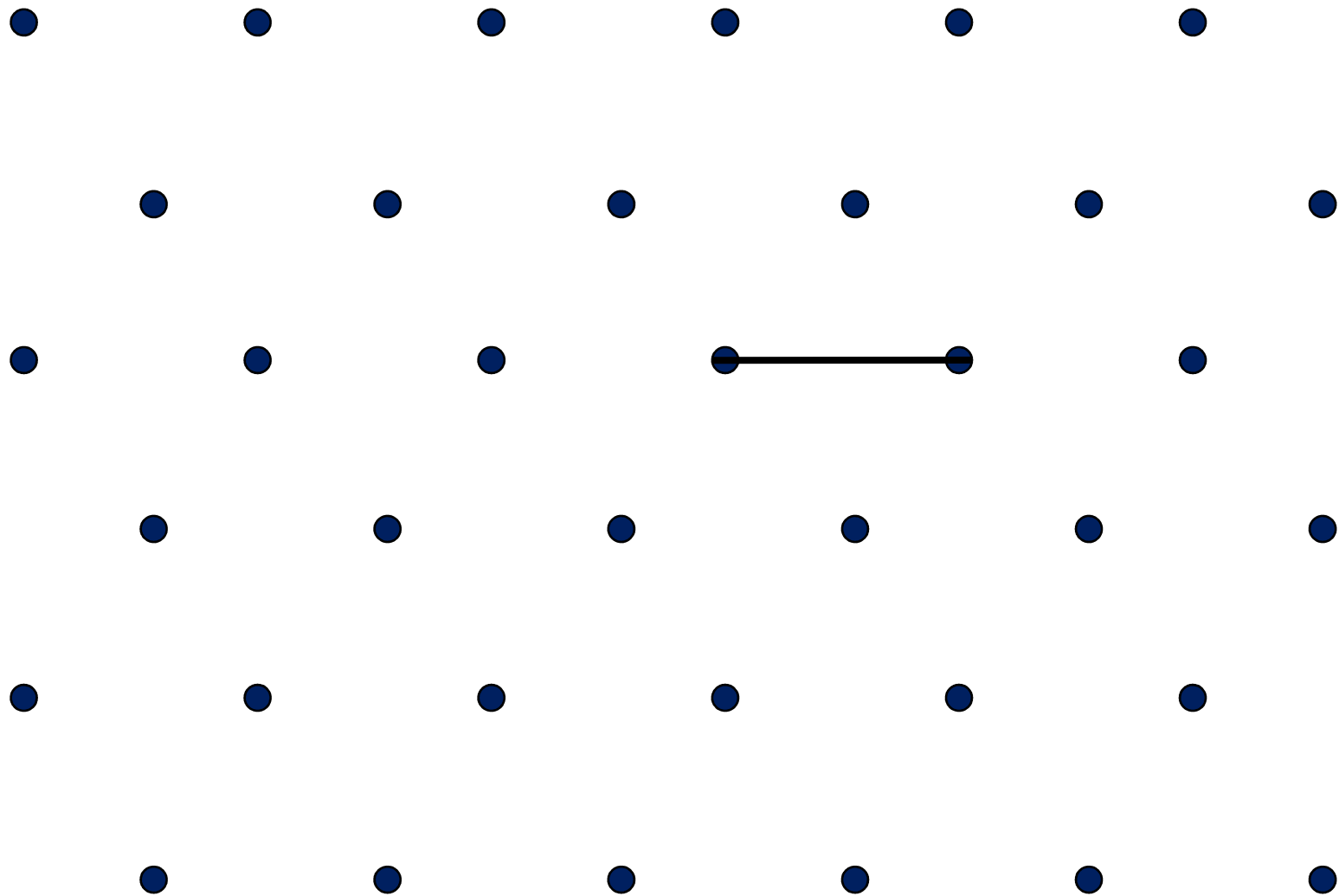
http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=40361&p_ex=galton

La posició dels claus determina la distribució de les boles a l'atzar.

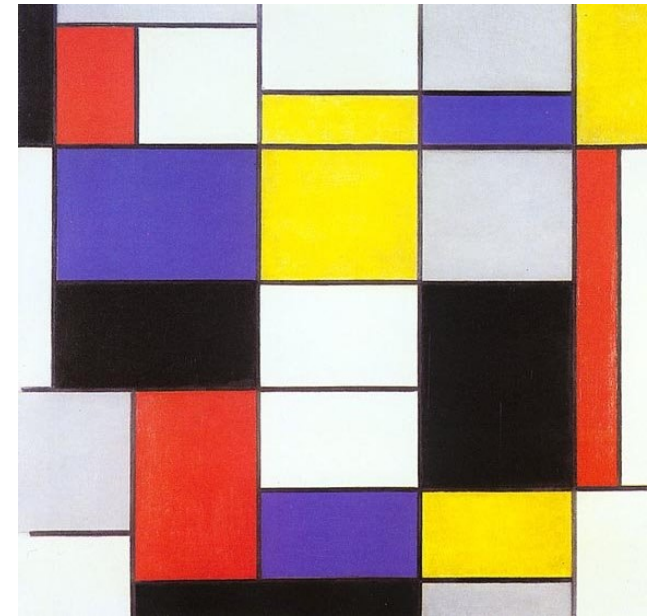
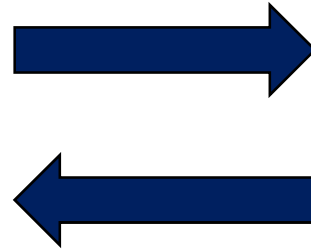


I si canviem els claus de manera que els d'una fila no estiguin centrats respecte als de l'anterior?
I si hi ha obstacles?





Les formes determinen l'atzar però l'atzar també ens permet estudiar aspectes de les formes!



És un camí d'anada i tornada.

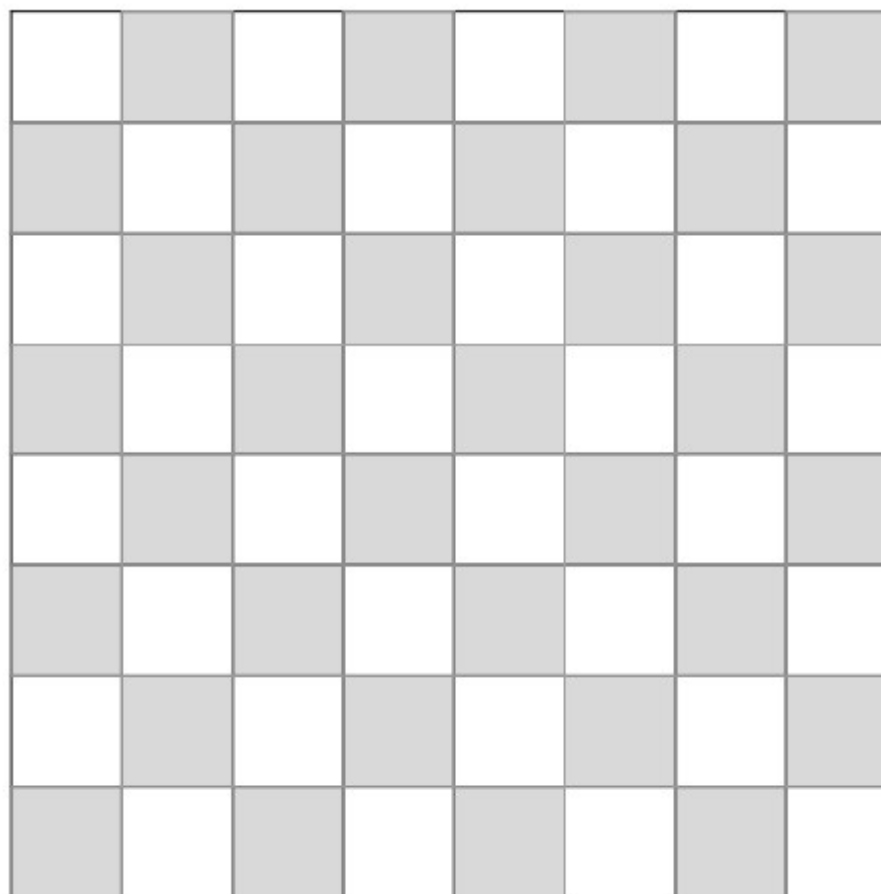
L'anirem recorrent en un sentit i en l'altre.

Anem a una conferència de matemàtiques i el primer que fan és convidar-nos a jugar a dards!

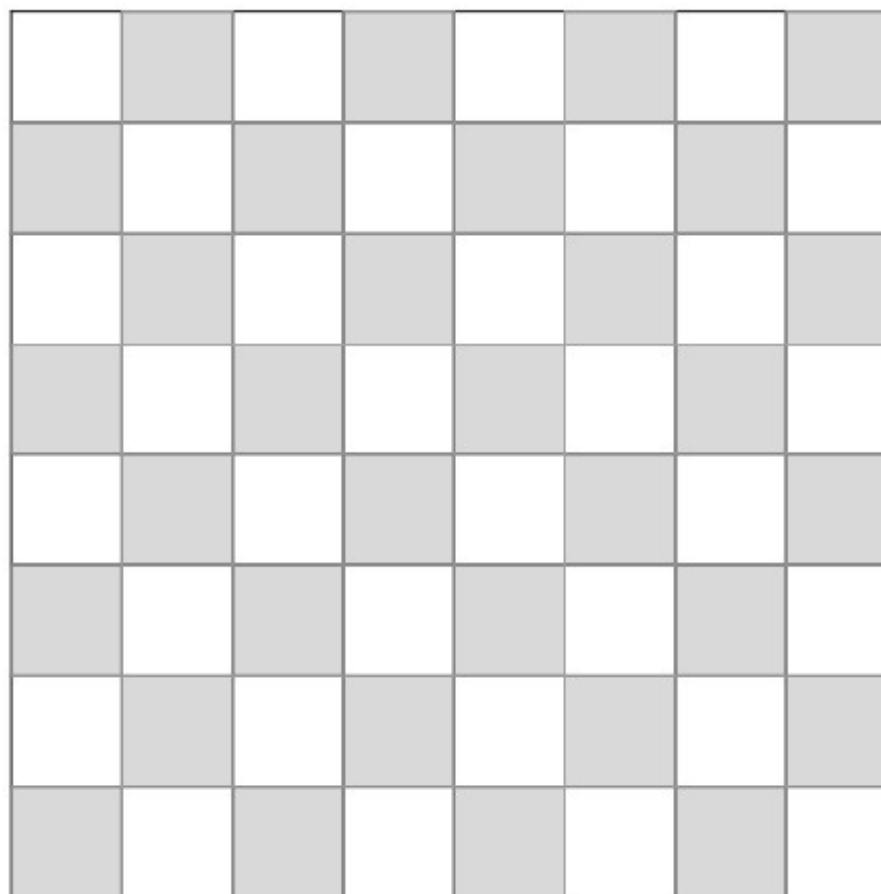
I, a més, ens diuen que tirem a la babalà!



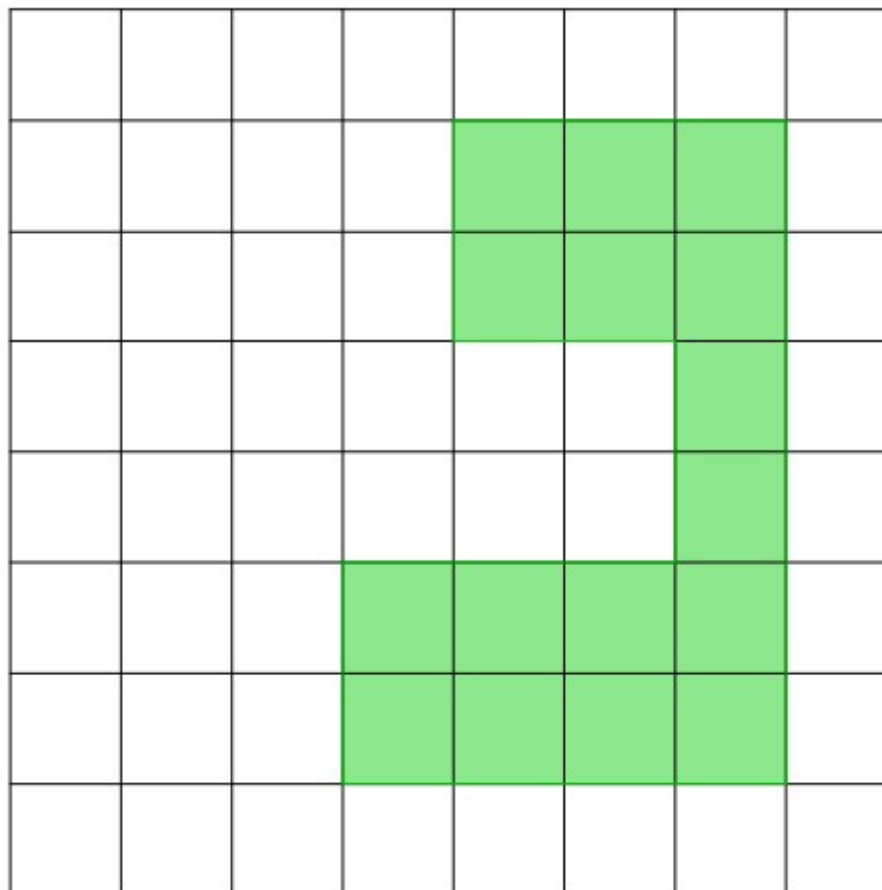
Quina seria la probabilitat de tocar un territori negre tirant dards a la babalà?



Quina seria la
probabilitat de tocar un
territori negre tirant dards
~~a la babalà~~
aleatòriament?

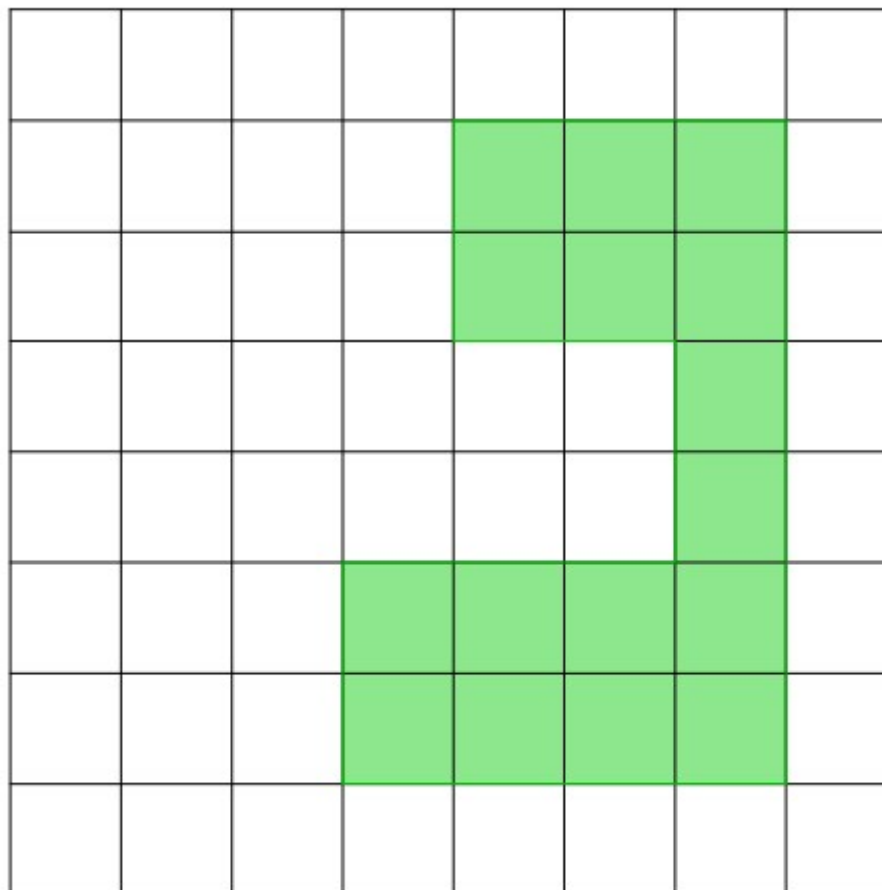


Quina seria la probabilitat de tocar el territori verd tirant dards aleatòriament?

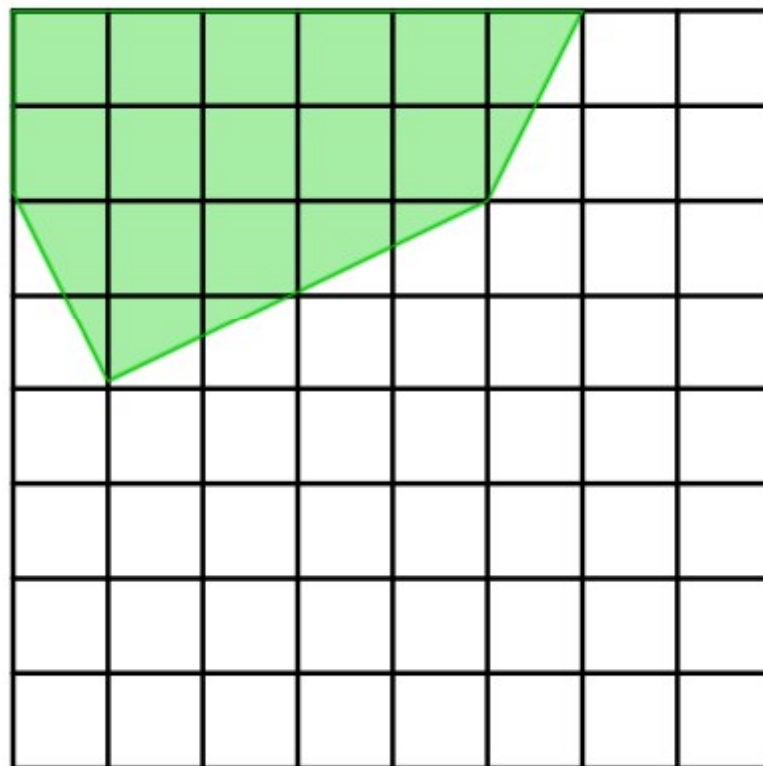


Quina seria la probabilitat de tocar el territori verd tirant dards aleatòriament?

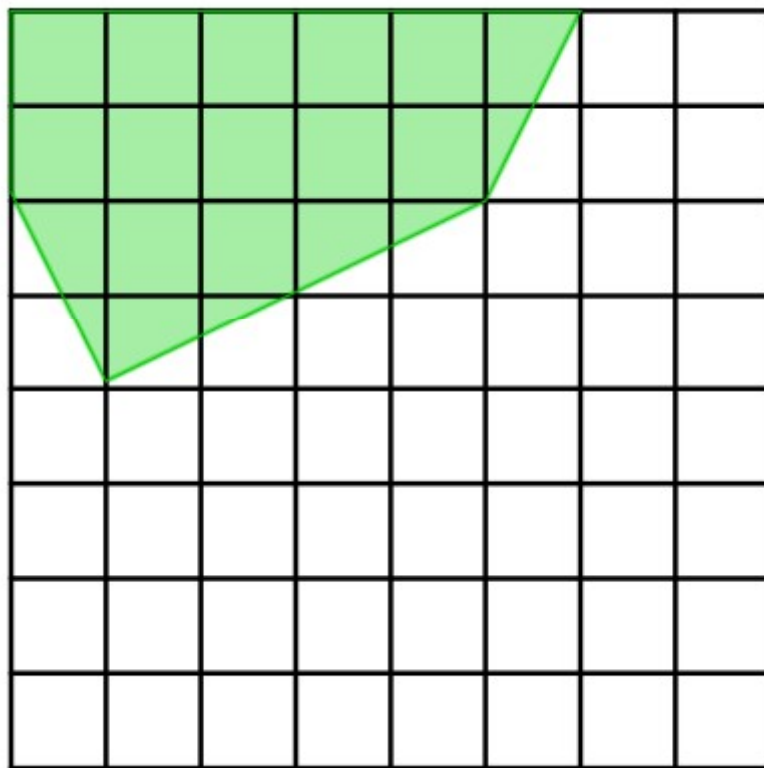
$$p = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$



I ara, quina serà la probabilitat de tocar el territori verd tirant dards aleatòriament?

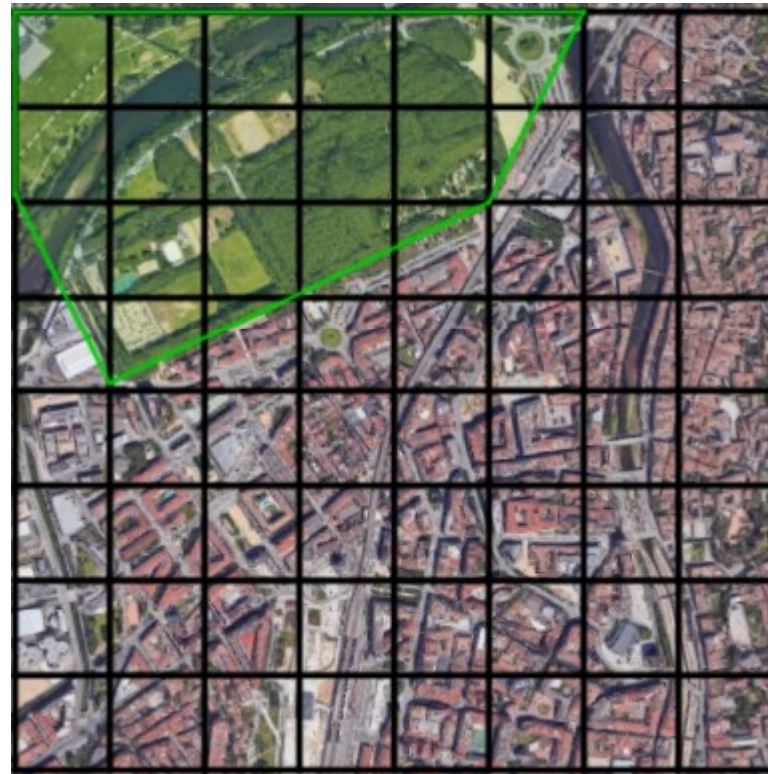


I ara, quina serà la probabilitat de tocar el territori verd tirant dards aleatòriament?

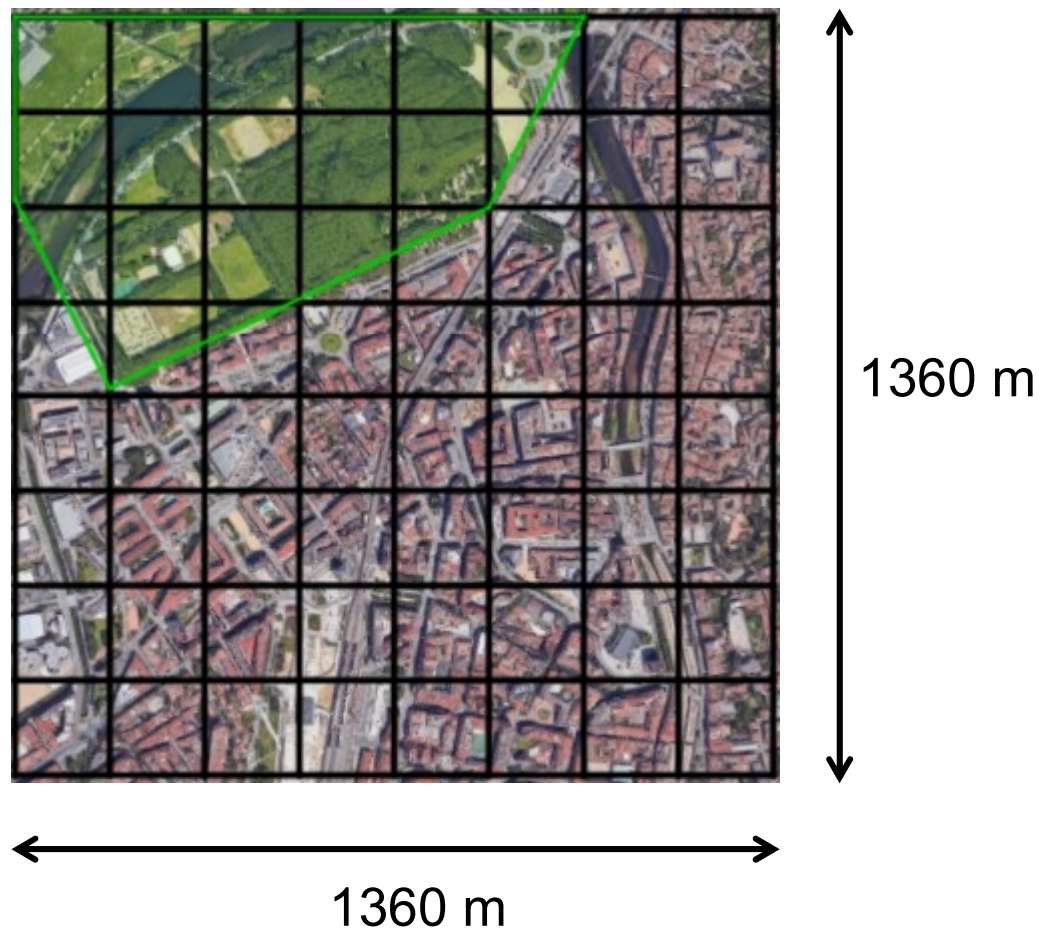


$$p = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$$

Quina proporció d'aquesta zona de Girona correspon a la Devesa (i una mica més)?



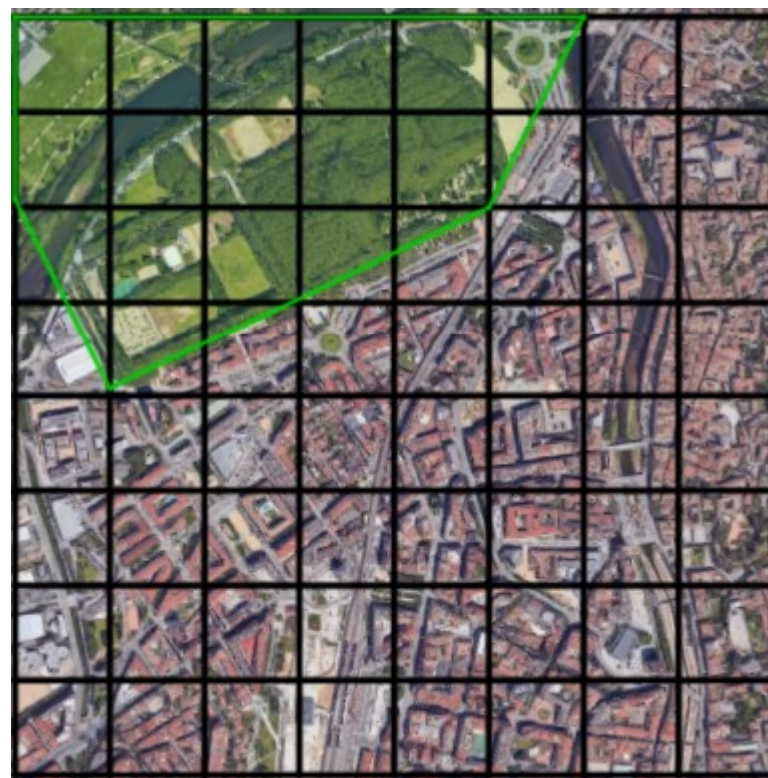
Si tenim l'Àrea total del quadrat podrem trobar fàcilment l'Àrea de la zona verda.



Si tenim l'àrea total del quadrat podrem trobar fàcilment l'àrea de la zona verda.

Àrea total
del quadrat:

1849600 m²



1360 m

1360 m

Si tenim l'àrea total del quadrat podrem trobar fàcilment l'àrea de la zona verda.

Àrea total
del quadrat:

1 849 600 m²

$\frac{1}{4}$

Àrea de la
zona verda:

462 400 m²



1360 m

1360 m

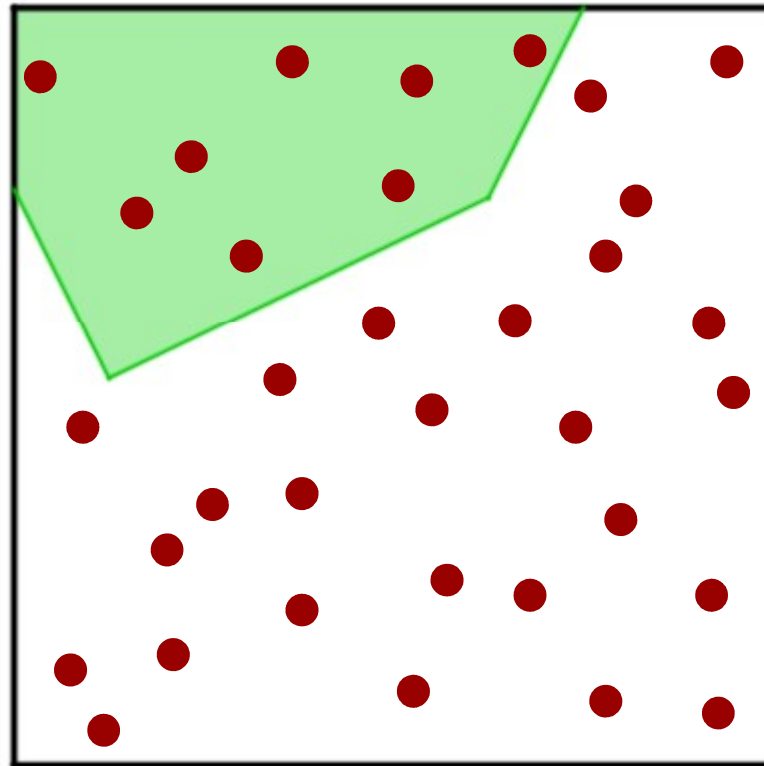
1360 m

La zona assenyalada en verd és d'unes 46 hectàrees



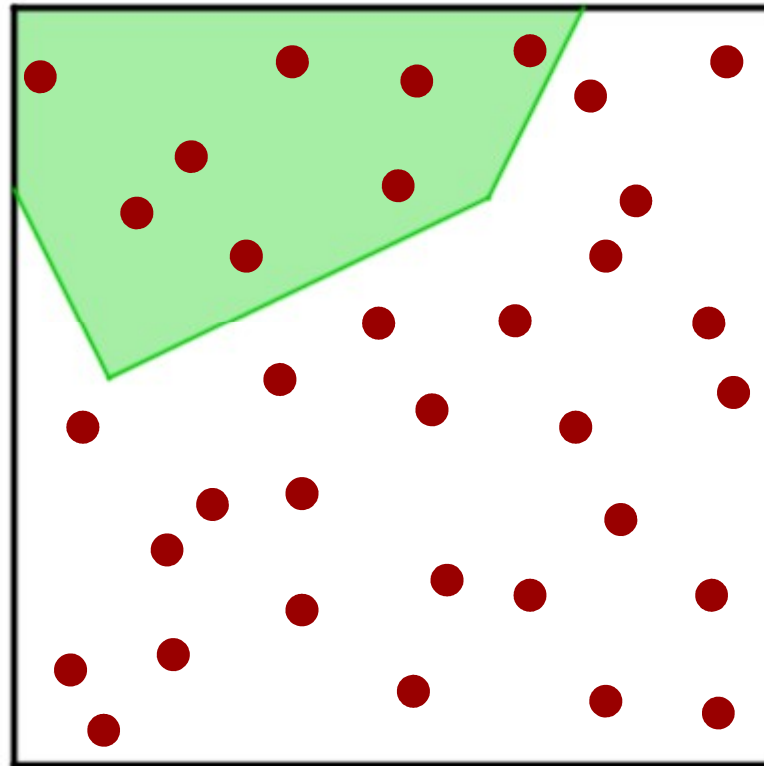
És més gran que la Devesa i quadra amb la informació del web de l'Ajuntament de Girona on es diu que la Devesa té gairebé 40 hectàrees.

Si no haguéssim tingut la quadrícula, haguéssim pogut calcular la proporció de zona verda tirant dards?



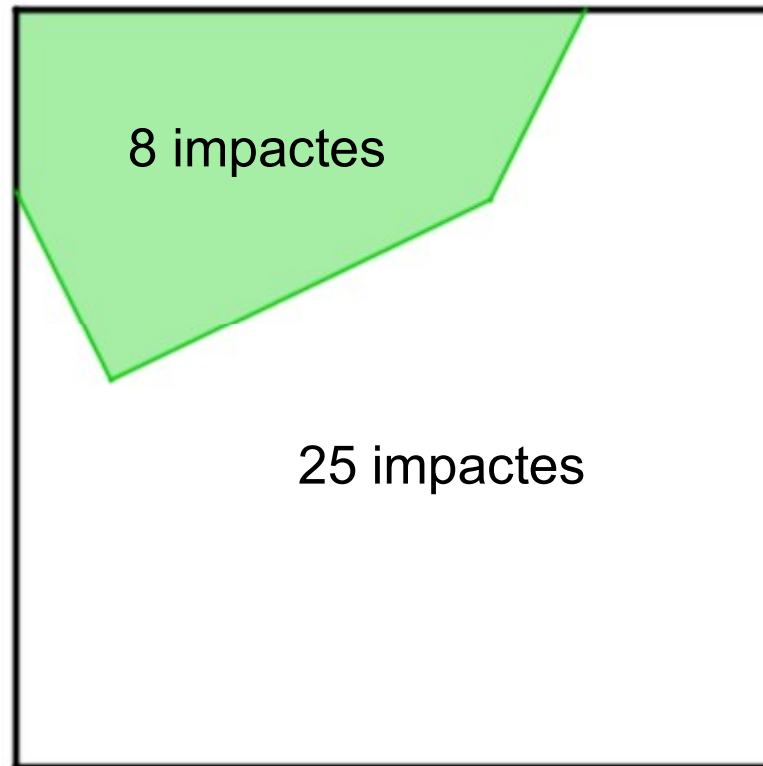
Simulació no aleatòria realitzada tan sols a efectes expositius.

Si no haguéssim tingut la quadrícula, haguéssim pogut calcular la proporció de zona verda tirant dards?



Simulació no aleatòria realitzada tan sols a efectes expositius.

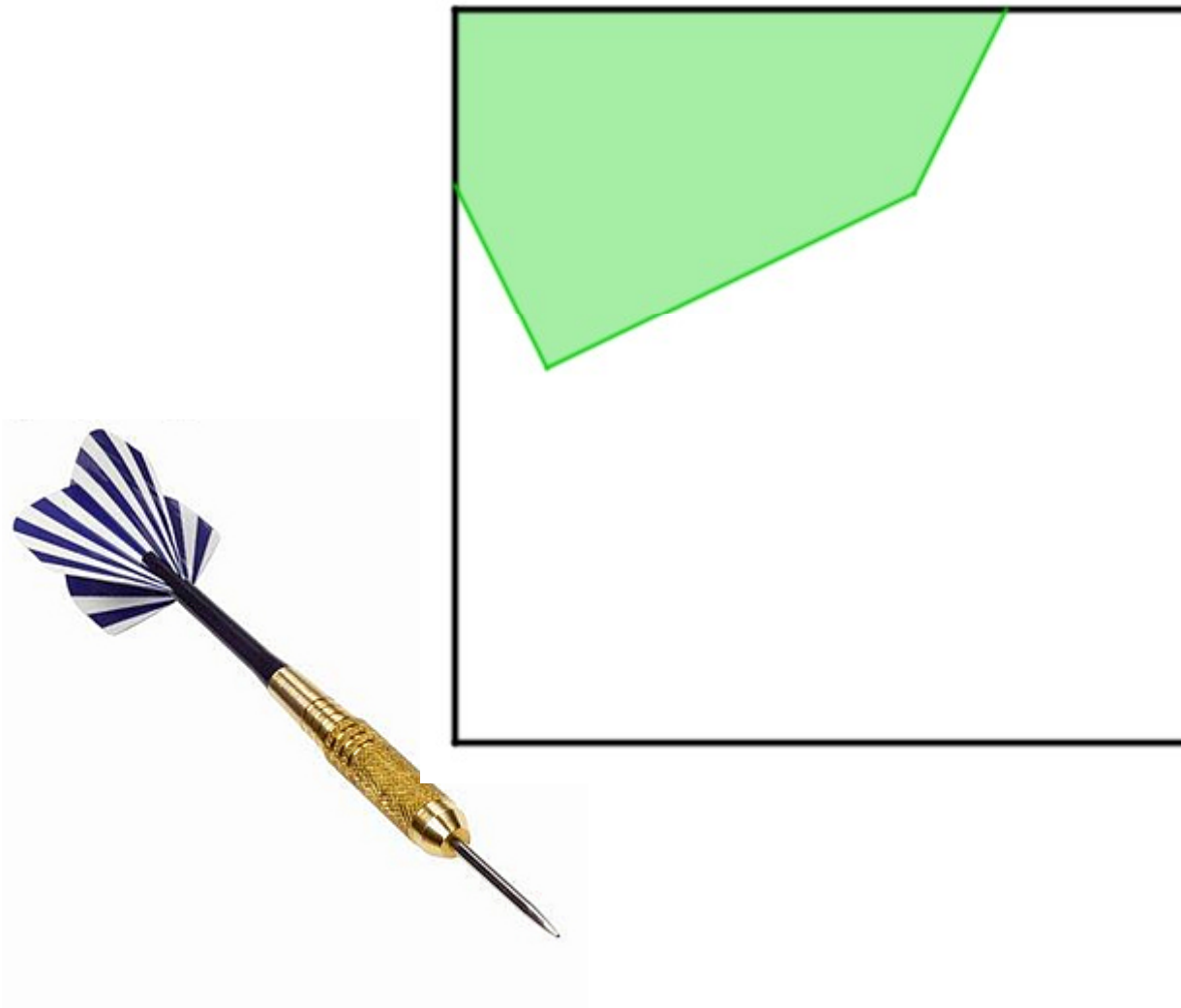
Si no haguéssim tingut la quadrícula, haguéssim pogut calcular la proporció de zona verda tirant dards?



$$\frac{8}{33} \rightarrow \frac{1}{4}$$

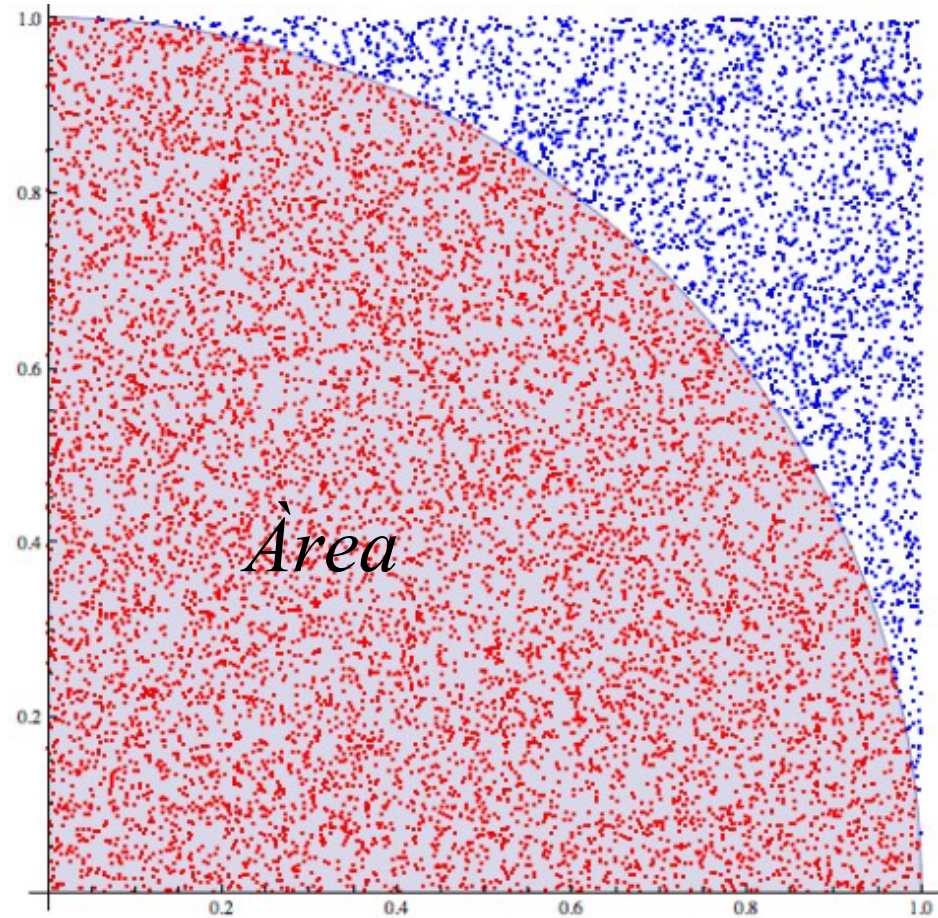
Simulació no aleatòria realitzada tan sols a efectes expositius.

Si no haguéssim tingut la quadrícula, haguéssim pogut calcular la proporció de zona verda tirant dards?



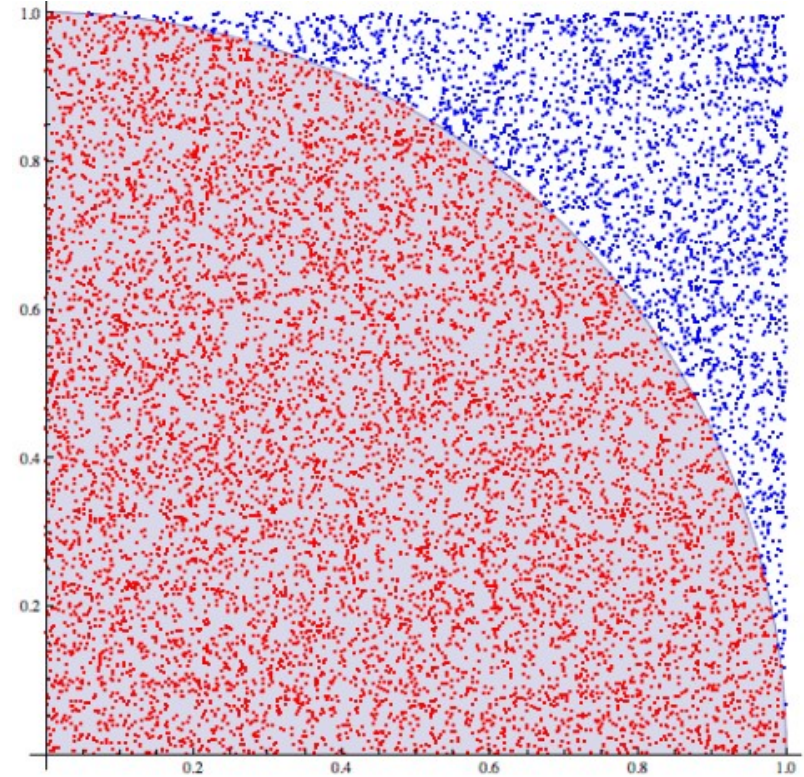
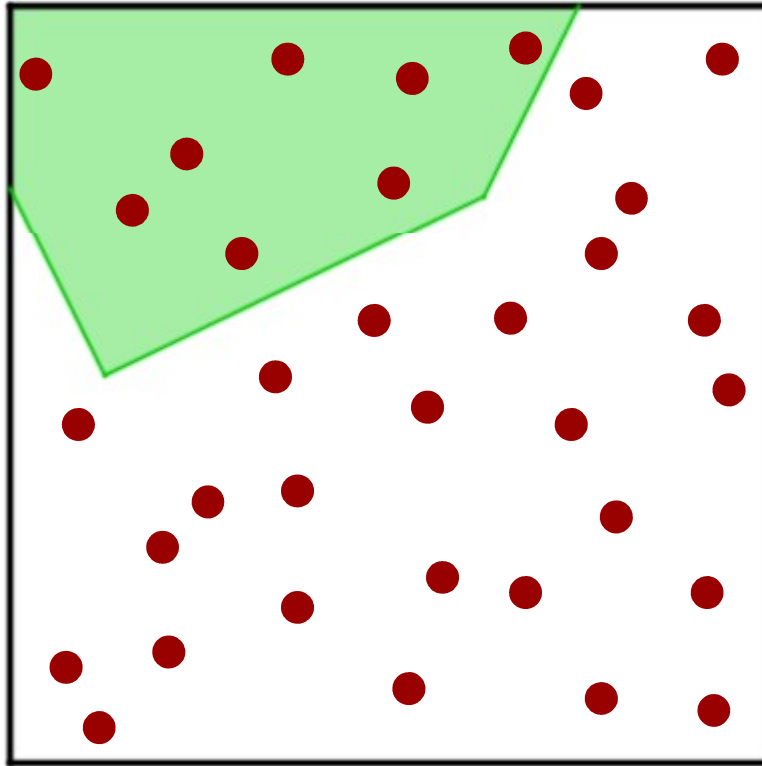
Anàlogament podem trobar l'àrea de un quart de cercle

$$\text{Àrea} \approx \frac{\text{Punts vermells}}{\text{Total de punts}}$$

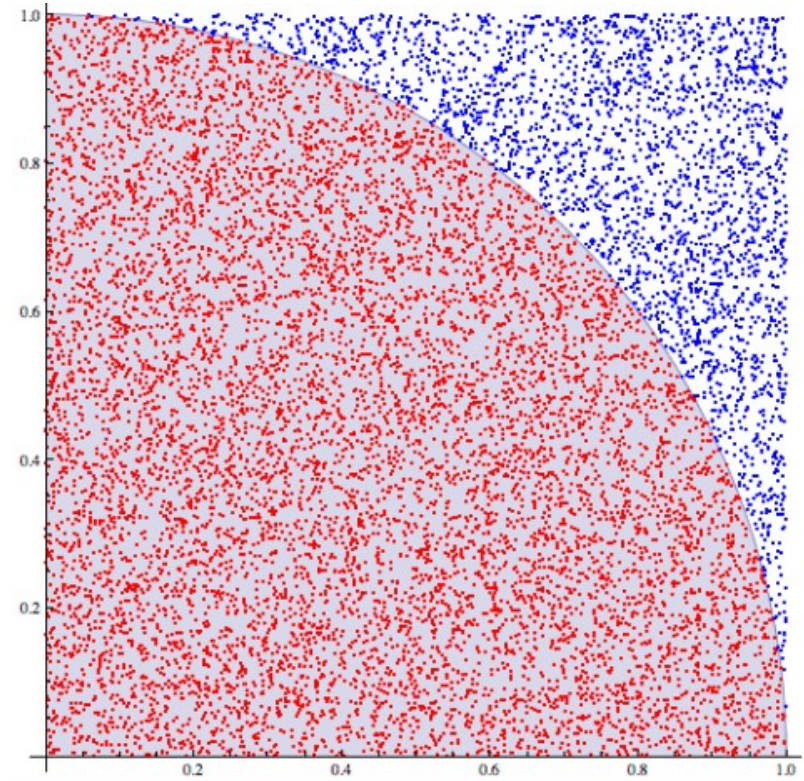
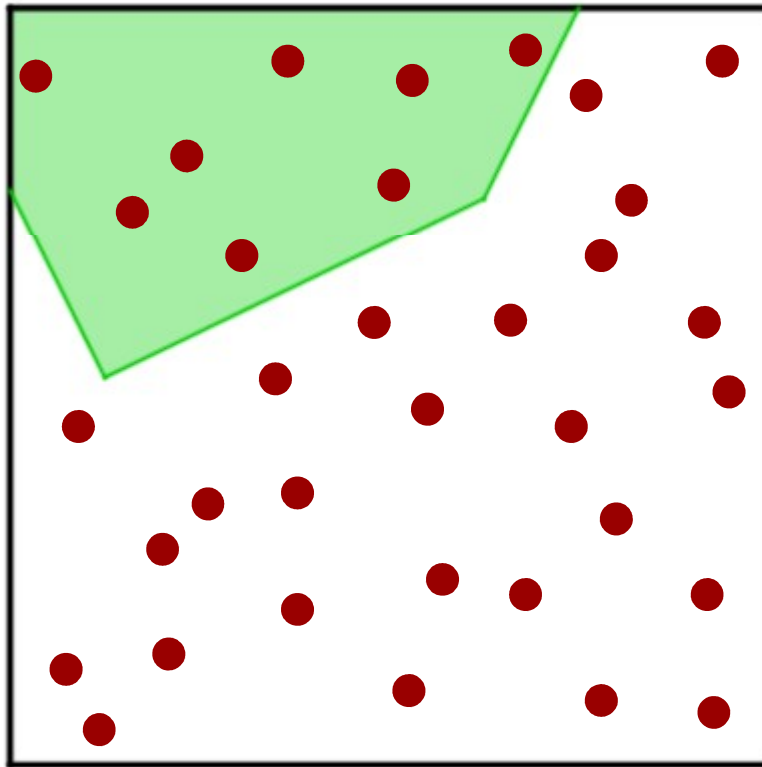


Hem trobat l'àrea tirant punts a l'atzar!

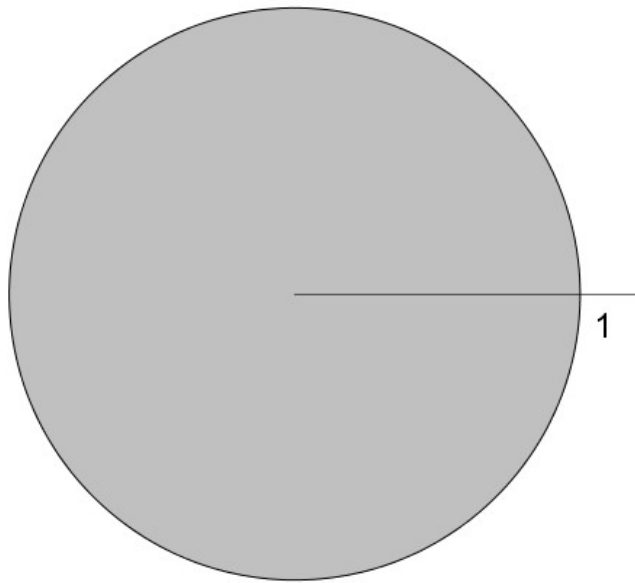
De l'atzar a l'àrea de regions!



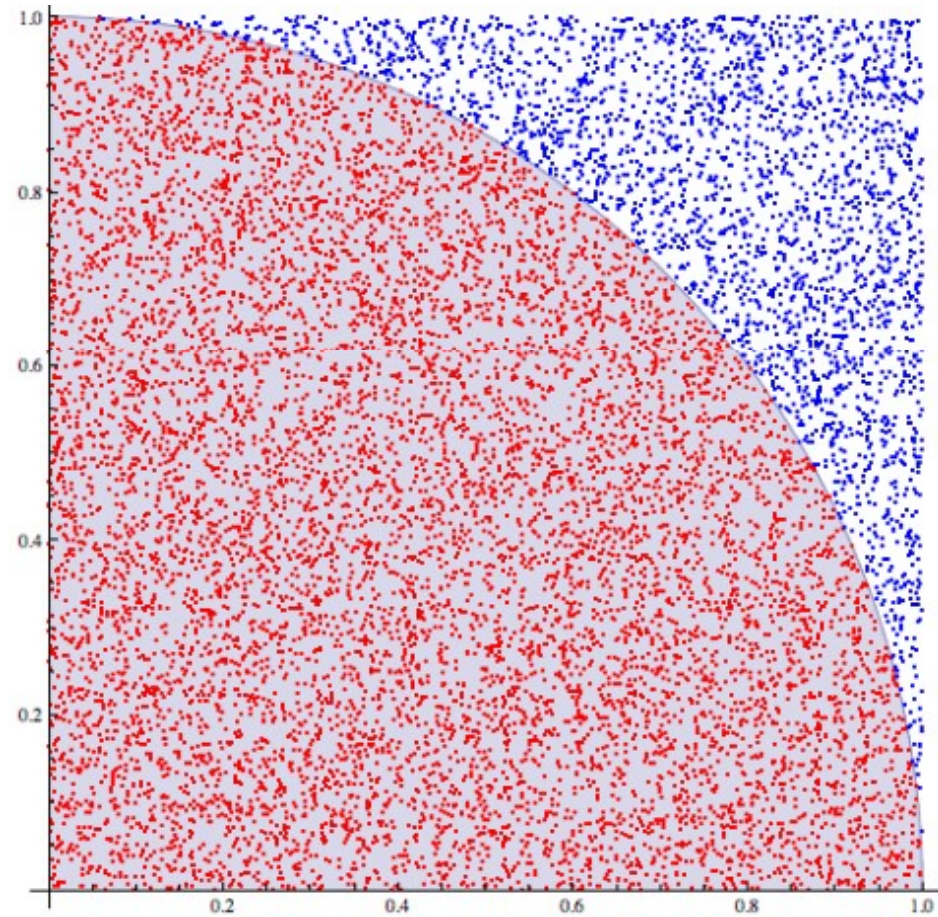
Méthodes de Monte Carlo



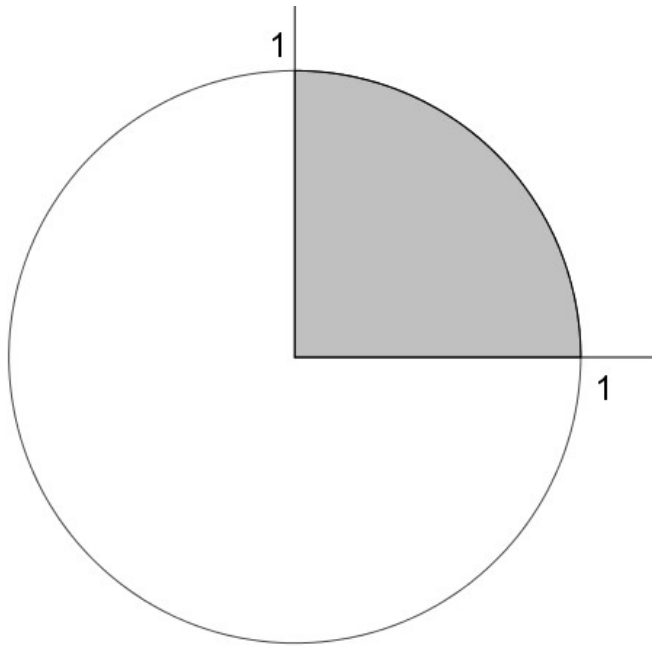
Però podem anar més enllà...



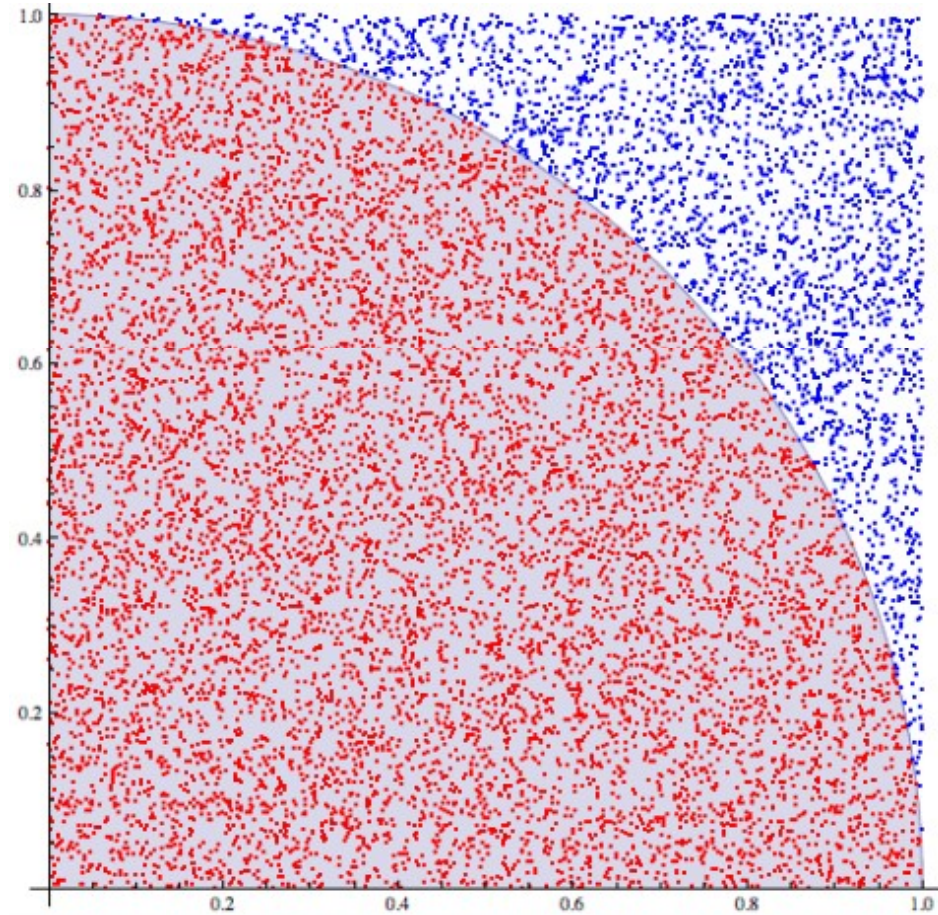
$$\text{Àrea} = \pi r^2 = \pi$$



Però podem anar més enllà...



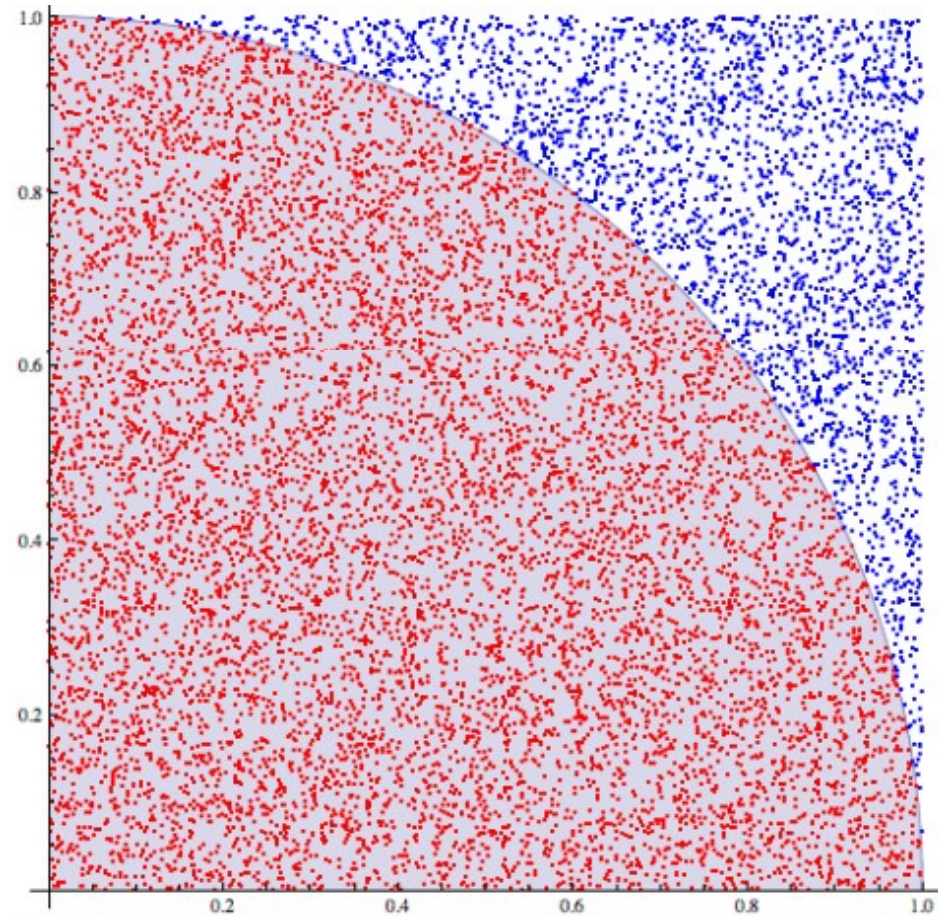
$$\text{Àrea} = \frac{\pi}{4}$$



Però podem anar més enllà...

$$\frac{\pi}{4} \approx \frac{\text{Punts vermells}}{\text{Total de punts}}$$

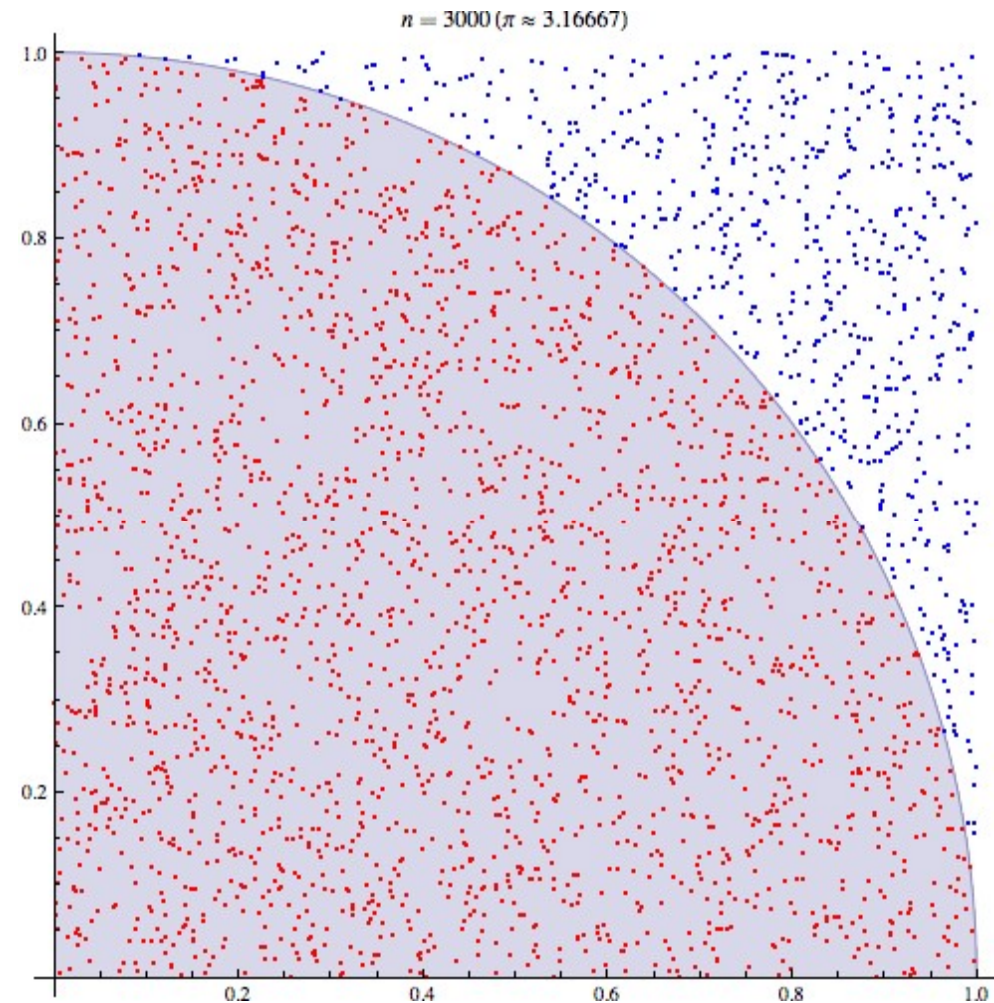
$$\pi \approx 4 \cdot \frac{\text{Punts vermells}}{\text{Total de punts}}$$



Podem aproximar π pel mètode de Monte Carlo,
tirant molts punts...

3000 tirades

$$\pi \approx 3,16667$$

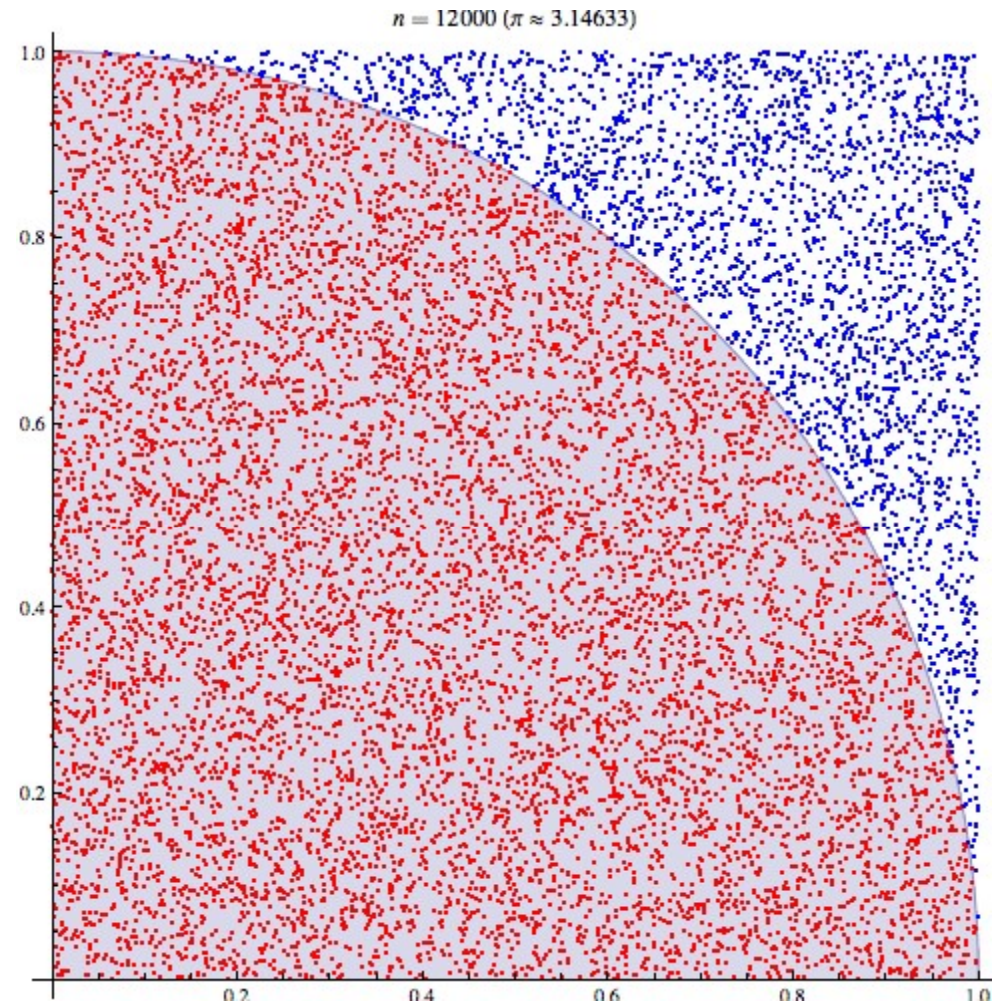


Simulació: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method#/media/File:Pi_30K.gif

Podem aproximar π pel mètode de Monte Carlo,
tirant molts punts...

12000 tirades

$$\pi \approx 3,14633$$

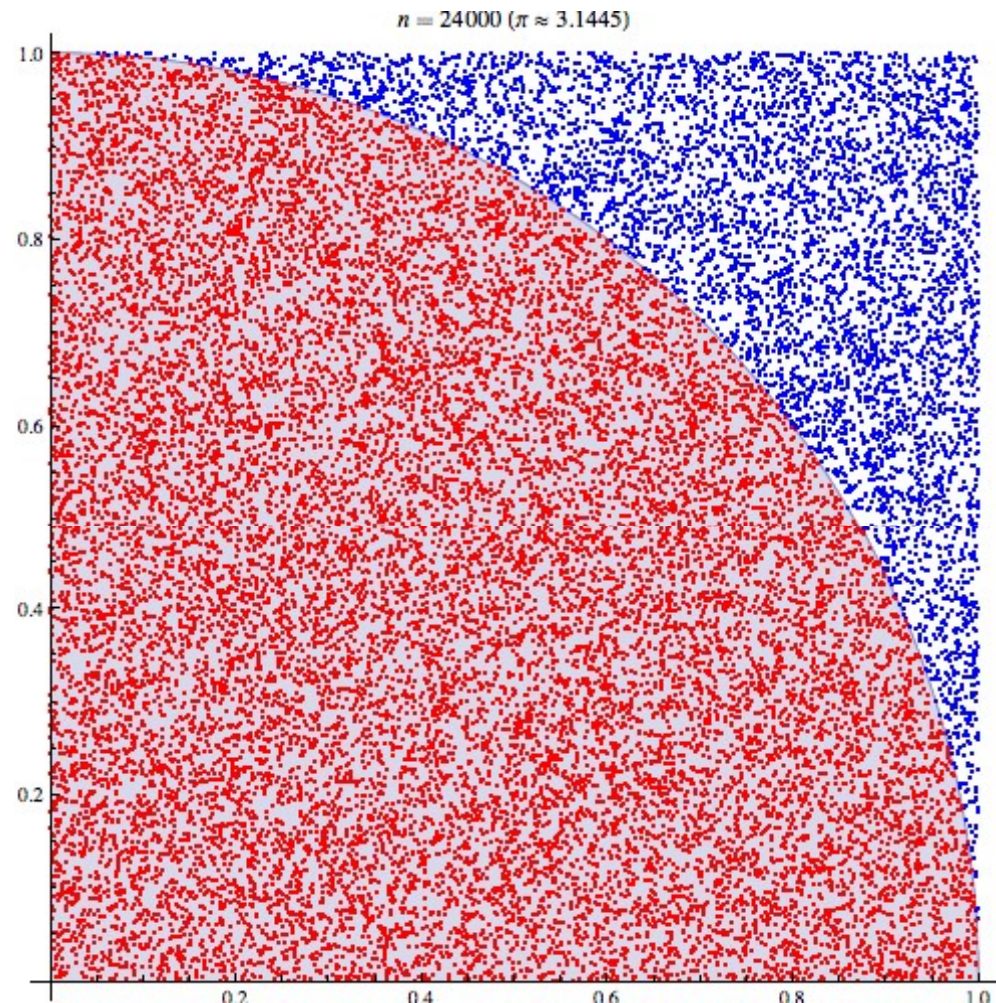


Simulació: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method#/media/File:Pi_30K.gif

Podem aproximar π pel mètode de Monte Carlo,
tirant molts punts...

24000 tirades

$$\pi \approx 3,1445$$

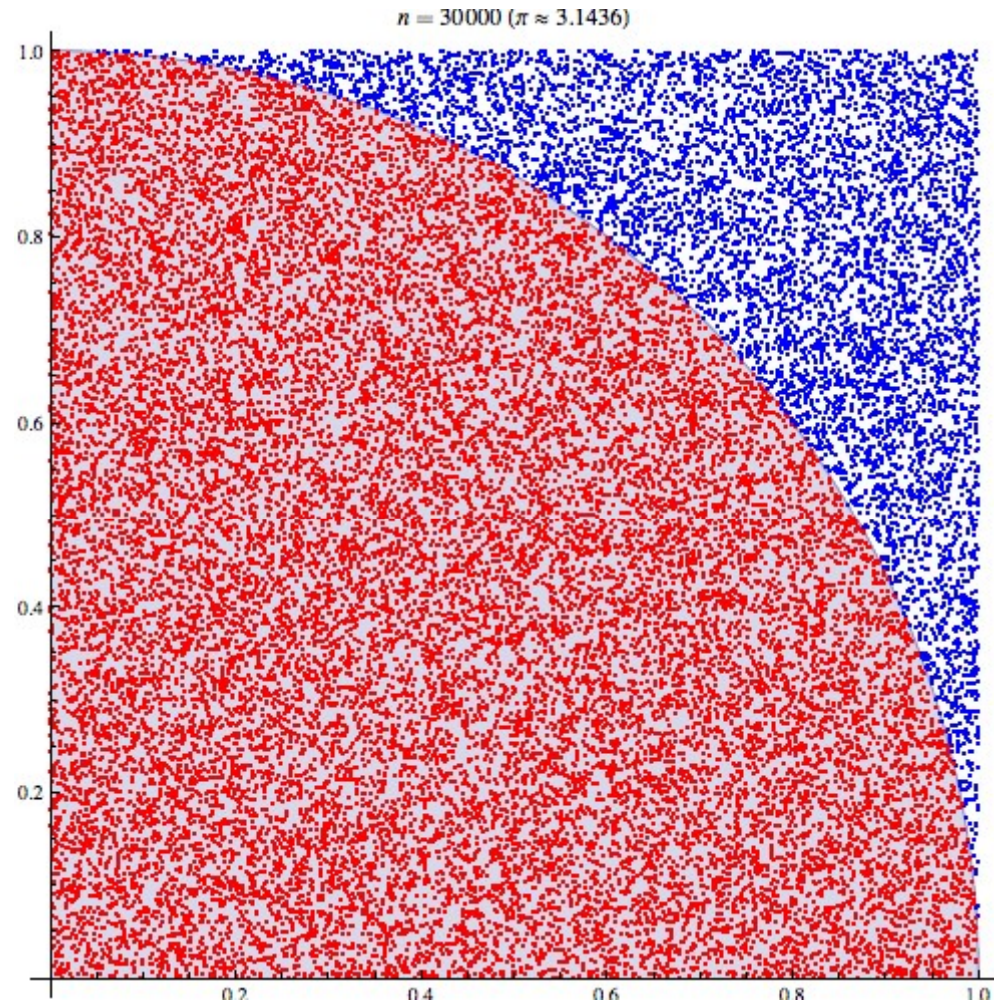


Simulació: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method#/media/File:Pi_30K.gif

Podem aproximar π pel mètode de Monte Carlo,
tirant molts punts...

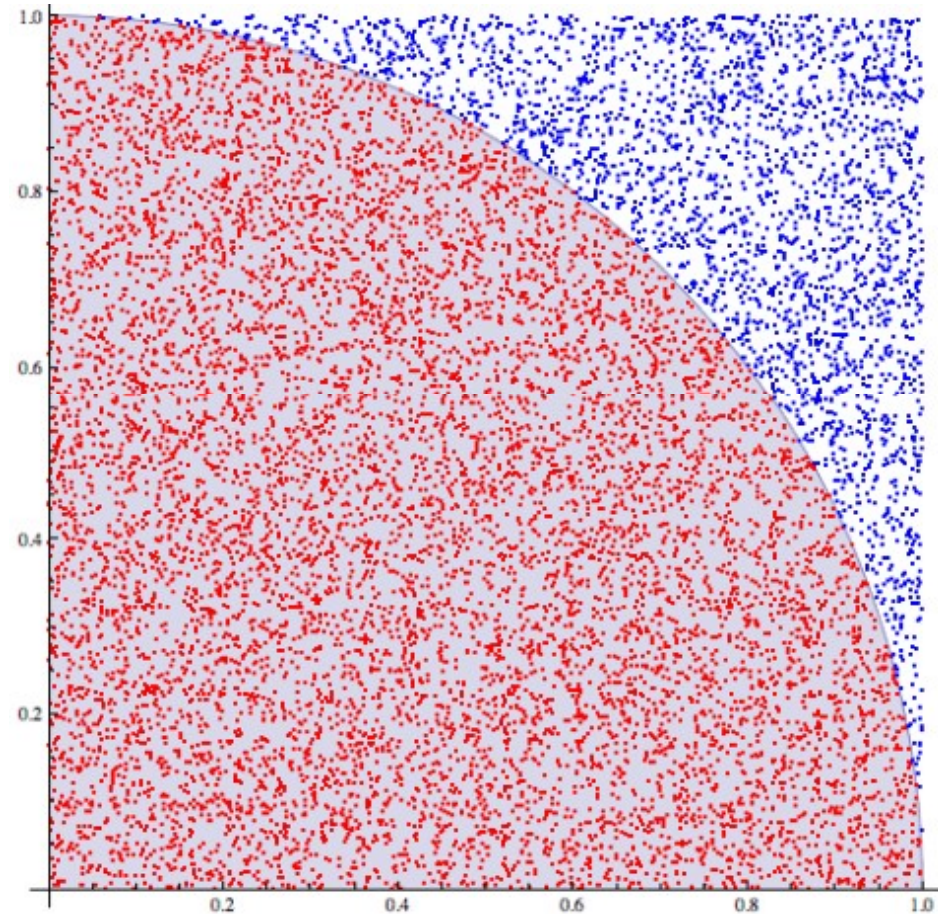
30000 tirades

$$\pi \approx 3,1436$$



Simulació: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method#/media/File:Pi_30K.gif

Hem calculat el número π fent tirades a l'atzar!



Simulació: https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method#/media/File:Pi_30K.gif

Parlant de tirades... vull presentar-vos a Buffon!

Parlant de tirades... vull presentar-vos a Buffon!

Si, tractant-se de tirades, us esmenten a Buffon potser pensareu en el porter de la selecció italiana i en les tirades a la porteria que ell defensa.

