

LES NOSTRES CASES SÓN MUSEUS: LA GEOMETRIA EN EL DISSENY D'OBJECTES

Cicle "*Matemàtiques a la vida quotidiana*"

Càtedra "*Lluís Santaló*" de la Universitat de Girona

i

Fundació "*Casa de Cultura*" de Girona

Girona, 3 de maig de 2007

Claudi Alsina

claudio.alsina@upc.edu

Universitat Politècnica de Catalunya

Els materials quotidians són tots aquells objectes que trobem a les cases i en l'entorn. Son al nostre abast i poden jugar un paper motivador per a generar coneixement matemàtic, fer connexions entre les matemàtiques i la vida real i plantejar la resolució de problemes. Aquests problemes ajudaran també a saber aplicar a la realitat tot allò après a classe de matemàtiques.

Tots els objectes quotidians tenen d'entrada un disseny concret. Això dona peu a reconèixer *formes geomètriques* i veure si "forma" i "funció" es corresponen. Molts d'aquests objectes són plegables (paraigües, tauletes, ventalls,...) o tenen moviments (obridors, màquines, portes,...) donant lloc a identificar *transformacions geomètriques*. Però a més tots els objectes tenen unes mides, superfícies, capacitats o volums i serveixen per a mesurar o per a ser mesurats, donant peu a interessants *mesures reals*.

Alguns objectes permeten *fer experiències* (el·lipses en l'aigua d'un got inclinat,...) i *descobrir fenòmens o objectes matemàtics* (còniques il·luminant parets,...). I també plantegen problemes amb els quals hom pot treballar

Elogi dels materials quotidians

Estem rodejats d'objectes que tenen un clar interès per a visualitzar la presència de la geometria en torn nostre. La següent llista (per ordre alfabètic) ens dona una idea d'aquest "laboratori de matemàtiques" casolà

MATERIALS QUOTIDIANS

| | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| Aixetes | Copes |
| Anells | Culleres |
| Antena parabòlica | Daus de jugar |
| Aparell d'aire condicionat | Dispensador de gelat |
| Assecadora | DVD |
| Balança de cartes | Eines |
| Balança de cuina | Escales d'obra |
| Barrets | Escales plegables |
| Bitllets | Escultures |
| Bosses | Esfera per a bullir coses |
| Botelles | Espelmes |
| Broca | Factures |
| Cadenes, collarets,... | Forn elèctric |
| Cadires | Fulls de paper |
| Cafetera Alessi | Horaris transport |
| Caixes de medicaments, aliments | Instrumentos musicals |
| Calendaris | Joguines |
| Campanetes | Joies |
| Canyeries | Làmpades fixes |
| Cargols | Làmpades flexo |
| Cases de nines | Llanternes |
| Cassettes | Llapis cilíndric |
| Cassoles | Llapis hexagonal |
| CD musical | Llaunes (refresc, conserva,...) |
| Cinta adhesiva | Llibreria |
| Cintes mètriques | Llibres |
| Claus | Llibretes amb espiral |
| Comptador aigua | Llits |
| Comptador gas | Logos comercials |
| Comptador llum | Lots |
| Comptagotes | Màquines de fotografia |
| Cons de galeta per a gelat | Marcas |

| | |
|--|--------------------------------|
| Menjar (peix, carn, verdures, pasta,...) | Pintallavis |
| Mesurador de volums | Pintes |
| Metre fuster articulat | Porta de garatge |
| Microones | Portes de casa |
| Miralls | Quadres |
| Mobles amb calaixos | Radio |
| Monedes | Rajoles |
| Mosaics | Raspalls |
| Motlles de pastisseria | Receptes de cuina |
| Obridors | Rellotges |
| Olles | Rentadora |
| Paelles | Roba de casa |
| Pantalles de llums | Roba personal |
| Paperera | Rotllos de paper |
| Papers pintats | Sabates |
| Paraigües | Sillons |
| Patates fregides | Suport inclinat de botelles |
| Pessebre | Talónaris |
| Pilotes de jugar | Taules de menjar, escriure |
| Pince | Tauletes plegables |
| | Televisió |
| | Termòmetre febre |
| | Termòmetre temperatura (°C,°F) |
| | Tetera conoidal |
| | Toblerone TM |
| | Trípode fotogràfic |
| | Tub de Pritt |
| | Ulleres |
| | Vasos |
| | Ventalls |



Figura 2. Una cafetera Alessi



Figura 3. Vi i salsa en cilindres i amb nom molt matemàtic

Unes importants paraules de Josep Estalella

En una ocasió, en Josep Estalella va rebre un pare que volia portar el seu fill a un institut de capital de província ja que ell creia que “...aquí en el poble no tindria aparells”. Com a magnífic professor de Física i Química i com a incisiu observador de l'entorn, en Josep Estalella va oferir a aquell pare el següent discurs:

“¿Com? ¿Què vol dir amb aquestes paraules: “en el poble no tenim aparells”? No té mall i enclusa el ferrer, balances el forner, nivells i plomada el paleta, serres el fuster, arades el pagès? ¿Les portes no tenen panys, bigues les cases, arcs els ponts, pendents els camins? ¿No hi ha sínies a les sèquies, bombes a les cisternes, porró a la taula, regadores al jardí, politges als pous, recs en els horts, aixetes a les fonts, sifons a les tuberies, sobreeixidors als safareigs, brolladors en els patis? ¿Els nens no juguen amb estels? ¿A les festes del poble no aixequen globus de paper? ¿No hi ha manxes? ¿No hi ha ampolles d'aigua carbònica? ¿No hi ha cups que s'omplen de gas carbònic? El metge usarà el termòmetre; les bòbiles encendran el forn; el llauner fondrà metalls; deu haver-hi pianos als salons, orgue a l'església, campanes al campanar, miralls als tocadors; moltes persones deuen portar ulleres; deuen tenir binocles per anar al teatre; potser hi ha algun fotògraf professional i segurament dotzenes d'afeccionats; els diumenges us deveu divertir amb projeccions cinematogràfiques. I d'electricitat, ¿què diré? Que en els vostres domicilis hi ha comptadors, interruptors, commutadors, llums; timbres elèctrics, piles, polsadors; parallamps, telèfons, micròfons. Encara més, ¿i aquesta màquina de cosir amb els seus mecanismes d'increïble perfecció? ¿I aquest gramòfon del veí? ¿I aquesta estufa, i aquest escalfapanxes que té tan bon tiratge? ¿I l'automòbil amb el qual heu vingut? ¿I les bicicletes? ¿I els ganivets i els tirabuixons, i les tisores i les pinces? ¿I els rellotges, de paret i de butxaca? ¿I totes aquestes joguines infantils, xiulets, cercols, pilotes, baldufes, panderetes, diàbolos? I a la Central elèctrica, ¿no us permetran de fer-hi una visita? I a tal fàbrica, amb els seus motors de gas, les seves màquines de vapor, les seves turbines hidràuliques; i el telegrafista també us ensenyarà els aparells de la seva estació. ¿I no hi

haurà potser algun afeccionat a la meteorologia amb la seva instal·lació de baròmetres, termòmetres, psicòmetres, pluviòmetres, anemòmetre, rosa dels vents? ¿I no existirà ja a aquestes hores una turba de posseïdors d'estacions radiotelefòniques, amb els seus detectors, amplificadors, condensadors, bobines de self, etc., etc.? Convinguem, amic meu, que cap gabinet no et pot oferir una tan nodrida provisió d'aparells com el teu mateix poble.”

Formes geomètriques

Moltes són les formes geomètriques clàssiques que s'han incorporat al disseny d'objectes oferint a la vegada no sols una funcionalitat adequada sinó una bellesa remarcable. En la següent taula podem apreciar uns quants exemples plans:

| Formes geomètriques planes | Exemples d'ús en disseny |
|----------------------------|---|
| Triangles | Senyals de tràfic, instruments musicals,... |
| Quadrilàters | Rajoles, fulls de paper, estels,... |
| Pentàgons | Logos, plats, tapes caixes,... |
| Hexàgons | Rajoles, plats, seccions llapis,... |
| Octàgons | Taules, safates, senyals tràfic |
| Cercles | Anells, monedes, plats,... |
| El·lipses | Plats, finestres, il·luminacions,... |
| Paràboles | Cables en ports de suspensió, antenes,... |
| Hipèrboles | Perfils de campanes i instruments de vent |
| Catenàries | Arcs catenaris, penjolls, catenàries de trens,... |
| Espirals | Clips, CD musicals, rotlles, joies,... |

En la següent taula recollim exemples espacials:

| Formes geomètriques espacials | Exemples d'ús en disseny |
|-------------------------------|--|
| Cubs | Daus, cubs de sopa, jocs,... |
| Tetràedres | Daus, trípodes, trencaclosques 3D,... |
| Octàedres | Daus, tallat de diamants,... |
| Dodecàedres | Daus, calendaris, amplificadors so,... |
| Icosàedres | Daus, joies, logos,... |
| Prismes | <i>Toblerone</i> ^M , capses, llapis,... |
| Piràmides | Gelats, joies, <i>Swarovski</i> ®,... |
| Cilindres | Llapis, gots, botelles, tubs,... |
| Cons | Barrets, senyals de tràfic, gelats, copes,... |
| El·lipsoides/Esferes | Pilotes esportives, pilota en escudella,... |
| Paraboloide de revolució | Antenes parabòliques TV, miralls solars,... |
| Hiperboloides de revolució | Campanes, papereres, finestral,... |
| Paraboloide hiperbòlic | Cordes per a parcs, voltes, patates fregides,... |



Figura 4. Làmpades de revolució



Figura 5. Espirals i clip



Figura 6. Espiral d'Arquímedes i botifarra a la brasa



Figura 7. Espirals en objectes quotidians al Cosmocaixa de Barcelona



Figura 8. Pilota de futbol



Figura 9. Una piràmide per a presentar fruites

Transformacions geomètriques

Les transformacions geomètriques també formen part del disseny tant per a fer possibles noves formes com per a respondre a problemes funcionals en dissenys sotmesos a moviments. Vet aquí alguns exemples:

| Transformacions geomètriques | Exemples d'ús en disseny |
|------------------------------|--|
| Girs | Ventalls, obridors, microones, tisores,... |
| Simetries | Miralls, rajoles, disseny gràfic, esquerrans... |
| Translacions | Paper pintant, obridor tirant, màquina de cosir,.. |
| Semblances | Fotocòpies, objectes grans,... |
| Projeccions | Mapes, diagrames, fotografies,... |
| Anamorfosi | Miralls cilíndrics, lletres carretera,... |
| Altres manipulacions | Trencaclosques, mòduls plegables,... |

Les següents imatges ens mostren bonics exemples de transformacions relacionades amb els objectes.



Figura 10. Làmpada flexible amb afinitats



Figura 11. Barrets plegables i girables de Singapur



Figura 12. Barrets homotètics de Vietnam

En la següent figura 13 podem observar una esfera amb foradets que permet bullir durant un cert temps aliments (carn, llegums,...). Fer forats equidistribuïts en una esfera és interessant geomètricament.

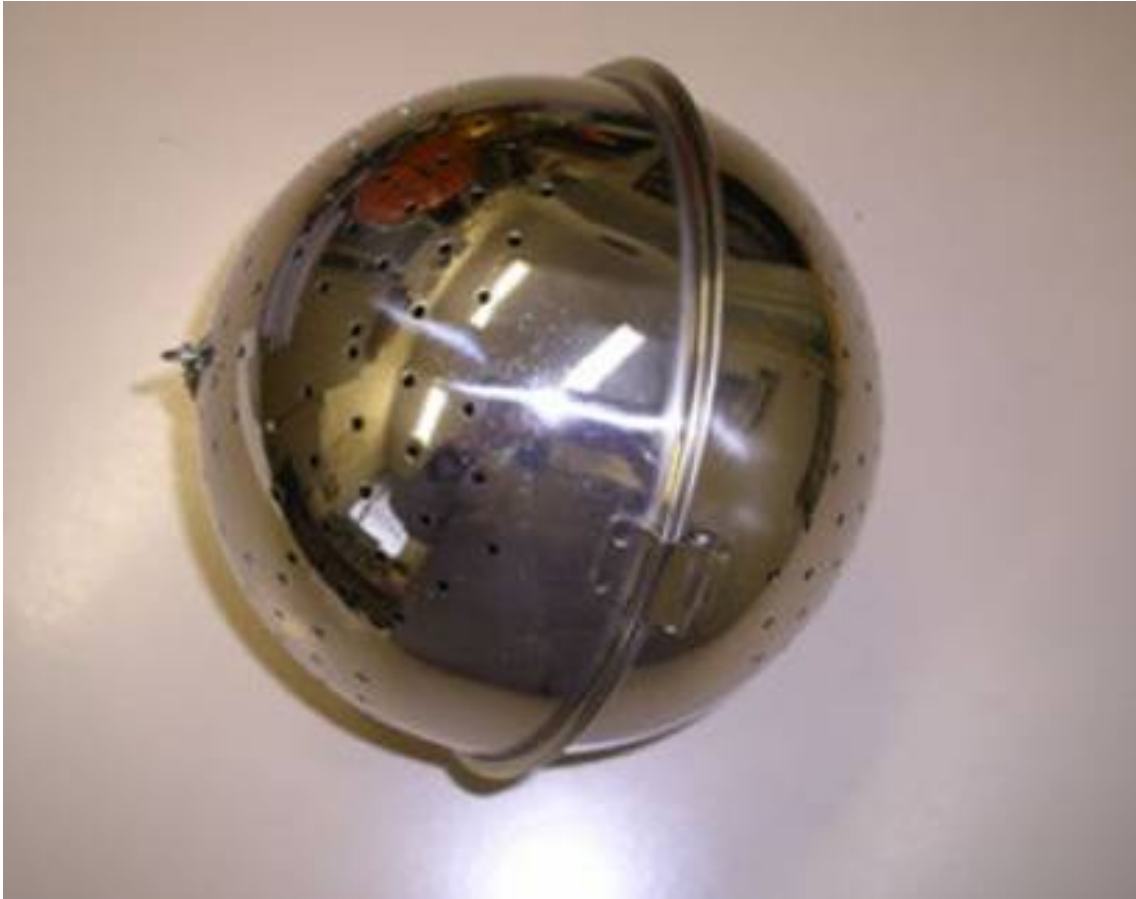


Figura 13. Esferes per a l'escudella

En la figura 14 veiem un paraboloides de revolució al servei de fregar: un gran invent geomètricament resolt.



Figura 14. Ja no cal agenollar-se

Exemples de problemes per a relacionar disseny i geometria

Els següents 15 nunciats dedicats al professorat i estudiants de secundària mostren com plantejar problemes basats en objectes quotidians.

1. En un llum flexible, una fusta de planxar i una peça movable per a estendre roba. Quines relacions es donen entre les mesures fixes i les variables?
2. En un gat de cotxe, un cargol central de 36 cm permet a la barra baixar o pujar al girar la manovella. Sabent que 10 voltes de l'eix puja la barra 4 cm i que la manovella amida 15 cm, trobeu el factor de transmissió d'aquest mecanisme.
3. Unes tisores, un trencaous i unes alicates, quina relació existirà entre les forces que apliquem i les que transmetem?
4. El braç d'un neteja-vidres de cotxe amida 36 cm i és guiat per una barra de 36 cm girant des dels 40° fins als 140° . Calculeu l'àrea del vidre frontal que es neteja.

5. Teniu un cilindre de cartolina i desitgeu marcar en ell una hèlix de pendent 20%: com ho fareu?. Una hèlix al voltant d'un cilindre d'altura H i radi R dona dues voltes completes: com calcularíeu la seva longitud? i el seu pendent?
6. Prengueu una fulla de paper. Marqueu un punt A en una cara i un punt B en l'altra cara. Formeu ara un cilindre, quedant A en l'exterior i B en l'interior. Movent-se "en la superfície cilíndrica" quina seria la corba més curta per a enllaçar A amb B ?
7. En el mecanisme G la barra giratòria amida 7 cm i 20 revolucions de la mateixa deixen una obertura de 3,6 cm. En la clau anglesa el diàmetre del cargol és 1,5 cm i sis revolucions del mateix obren (o tanquen) el mecanisme 3,4 cm. Calculeu el "factor de transmissió" per a cadascun d'ells i compareu els resultats. *Hint*: El factor de transmissió és el quocient entre l'avanç lineal de l'hèlix i el recorregut de la part giratòria.
8. Verifiqueu que el triangle de *Reuleaux* d'amplària D té perímetre $P=\pi D$ i àrea $A = (\pi - \sqrt{3})D^2 / 2 = 0.70477...D^2$. Quin tant per cent d'àrea ocupa el triangle situat dintre del quadrat $D \times D$?
9. Demostreu que l'espiral d'Arquímedes serveix per a fer la trisecció de qualsevol angle.
10. Construïu l'espiral àuria associada a un rectangle auri i formada per arcs de circumferència. Quin tipus de creixement té aquesta espiral? Relacioneu els resultats amb els nombres de Fibonacci.
11. Teniu una caixa de altura interior 10 cm, base quadrada i amplària interior 39 cm. Quantes caixes cúbiques d'aresta 10 cm podríeu col·locar en la caixa? Ànim. Caben més de 9.
12. Una caixa es subdivideix en dues caixes iguals cadascuna de les quals és semblant a la gran. Perquè això sigui possible quines relacions han de donar-se entre les arestes?
13. Una caixa A de arestes a, b, c ($a > b > c$) té una cara comuna amb altra caixa B d'arestes b, c, d ($b > c > d$). Se sap que A i B són semblants. Determineu d en funció de, b i c .

14. Teniu 48 llaunes cilíndriques d'altura h i diàmetre d , i una caixa d'altura h , longitud $8d$ i amplària $6d$. Sabríeu col·locar 50 llaunes en aquesta caixa?
15. Una llauna cilíndrica d'alumini ha de contenir 0,3 l., tenir una tapa superior triple gruixuda que la base o el lateral (que tenen un gruix de 0,508 mm). Calculeu els valors del radi i l'altura de la llauna perquè la despesa en alumini sigui mínima. Contrasteu els resultats amb les mesures d'una llauna real de refresc.

En definitiva...

Vivim immersos en un món curull de matemàtiques. La “mirada matemàtica” ens ho permet veure. A nivell pedagògic hem de treure profit d'aquest material tan simple i tan omnipresent, col·laborant així a una major connexió entre els estudiants i la seva realitat.

Però a nivell ciutadà en general, també podem crear, a través dels exemples de disseny simple, una percepció social millor del que les matemàtiques ofereixen.

Desitjaria que amb el que hem vist i comentat puguin compartir amb tots els que estimem les matemàtiques el nostre amor per elles. Recordin sempre que:

**“Les matemàtiques rigoroses es fan amb el cap,
es matemàtiques *hermoses* s'ensenyen amb el cor”**

Referències

- Alsina, C., *Contar Bien para Vivir Mejor* (2a. ed), Barcelona, Ed. Rubes, 2004.
- Alsina, C., *Geometría Cotidiana. Placeres y sorpresas en el diseño*, Barcelona, Ed. Rubes, 2004.
- Alsina, C., *Geometría Casera, material y guía didáctica*, Granada, Proyecto Sur, 2005.
- Alsina, C.; Fortuny, J.M., *La Matemàtica del Consumidor* Barcelona: Inst. Cat. Consum. Generalitat de Catalunya, 1993.
- Barsley, M., *The Left-handed Book: An Investigation into the Sinister History of Left-handedness*. London: Souvenir Press, 1966.
- Basalla, G., *The Evolution of Technology*, Cambridge: University Press, 1988.
- Bolt, B., *Mathematical activities*, Cambridge, Univ. Press, 1982.
- Bolt, B., *Aún Más Actividades Matemáticas*, Barcelona: Ed. Labor S.A., 1989.

- Bolt, B., Más actividades matemáticas, Labor, Barcelona, 1988.
- Bolt, B., Mathematics meets technology, Cambridge, U.P., 1991.
- Capella, J. y Úbeda, R., Cocos. *Copias y coincidencias en defensa de la Innovación en el Diseño*, Barcelona, Electa, 2003.
- Carelman, J., *Catalogue d'objects introuvables*, Paris: Ed. Balland, 1984.
- Clarke, D., *The Encyclopedia of Inventions*. New York: Galahad Books, 1977.
- Cook, T.A., *The Curves of Life: Being an Account of Spiral Formations and their Applications to Growth in Nature, to Science, and to Art*, New York, Dover Publications, 1979.
- De Lange, J., Real problems with real world mathematics, Proc. ICME-8, Sevilla, 1996.
- De Lange, J.; Keitel, C.; Huntley, I.; Niss, M. ed., *Innovation in Maths Education by Modelling and Applications*, Chichester, Ellis Horwood Limited, 1993.
- Estalella, J., *Ciencia Recreativa*, Gustavo Gili, Barcelona, 1920.
- Ghyka, M., *The Geometry of art and Life*, New York: Dover Pub. Inc., 1977.
- Guzmán, M. de, *Aventuras matemáticas*. Ed. Labor, Barcelona, 1986.
- Guzmán, M. de, *Para pensar mejor*. Ed. Labor, Barcelona, 1991.
- Hine, Th., *The Total Package*. New York: Little Brown and company, 1995.
- McMahon, T.; Bonner, J., *On Size and Life*, New York, Scientific American Library, 1983.
- Munari, B., *¿Cómo Nacen los Objetos?* Barcelona: Ed. Gustavo Gili, 1983.
- Norman, D.A., *The Design of Everyday Things*. New York: Doubleday, 1989.
- Padrós, E. y Mir, A. (Eds.) *Alehop! Dissenys, Enginys I Remeis*, Barcelona: Inst. Cul. Aj. Barcelona, 2003.
- Pathak, H., *Structural Package Designs*, Singapore: The Pepin Press, 1998.
- Pedoe, E., *La Geometría en el Arte*, Barcelona, Ed. Gustavo Gili, 1978.
- Petroski, H., *The Pencil: A History of Design and Circumstance*. New York: Alfred A. Knopf, 1990.
- Petroski, H., *The Evolution of Useful Things*. New York: Vintage Books, 1992.
- Pólya, G., *Cómo plantear y resolver problemas*. Ed. Trillas, México, 1985.
- Rabinov, J., *Inventing for Fun and Profit*. San Francisco: San Francisco Press, 1990.
- Romberg, T.A.; de Lange J. ed., *Mathematics in Context*, Chicago, EBEC, 1997.
- Salvadori, M., *Why buildings stand up*, WW Norton, New York, 1990.
- Santaló, L.A., *La Geometría en la Formación de Profesores*. OMA, Buenos Aires, 1995.
- Satué, E., *El Llibre dels Anuncis*, Barcelona, Ed. Alta Fulla, 1985.
- Senechal, M.; Fleck, G., *Shaping Space: A Polyheral Approach*, Design Science Collection, Boston: Birkhauser, 1988.
- Stegmann, E. y Acebillo, J., *Las Medidas en Arquitectura*, Barcelona, COAC, 1983.
- Steen, L.A., 1994, *For all practical purposes*, COMAP, Lexington. W.H. Freeman Co. New York, 1994.
- Thompson, D'A. W., *On Growth and Form*. Cambridge: University Press, 1961.
- Tsutsumu Company Limited, *Catálogo envoltorios* (Japonés). Tokio, 2000
- Vidales, M.D., *El mundo del envase*. Barcelona. Editorial Gustavo Gili SA, 1995.
- Wagensberg, J., *Si la naturaleza es la respuesta ¿Cuál era la pregunta? Y otros quinientos pensamientos sobre la incertidumbre*. Barcelona: Tusquets Editores, 2002.